



TITLE:

種々の開水路非定常流の基本的特性に関する水理学的検討(Dissertation\_全文)

AUTHOR(S):

白井, 秀和

---

CITATION:

白井, 秀和. 種々の開水路非定常流の基本的特性に関する水理学的検討. 京都大学, 2014, 博士(工学)

ISSUE DATE:

2014-03-24

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.k18250>

RIGHT:

許諾条件により本文は2014-04-01に公開

# 種々の開水路非定常流の基本的特性に 関する水理学的検討

2014年

白 井 秀 和

## 目次

頁

<b>第 1 章 序論</b> .....	<b>1</b>
<b>第 2 章 一地点の水位ハイドログラフのみを用いた洪水流の再現方法</b> .....	<b>8</b>
2.1 概説 .....	8
2.2 一地点の水位ハイドログラフのみを用いた洪水流の再現可能性 .....	9
2.3 一地点の水位ハイドログラフのみを用いた洪水流の再現方法 .....	14
2.3.1 洪水流再現方法 .....	14
2.3.2 数値解析モデル .....	15
2.3.3 数値解析手法 .....	19
2.4 宇治川の洪水流への適用 .....	19
2.4.1 計算対象領域 .....	19
2.4.2 計算ケース .....	21
2.4.3 結果と考察 .....	22
2.5 まとめ .....	26
<b>第 3 章 落差工，水制周りの流れと河床変動</b> .....	<b>29</b>
3.1 概説 .....	29
3.2 数値解析モデル .....	31
3.2.1 数値解析モデル概要 .....	31
3.2.2 非平衡流砂モデル .....	31
3.2.3 平衡流砂モデル .....	33
3.3 落差工下流部の流れと河床変動 .....	34
3.3.1 計算対象 .....	34
3.3.2 数値解析手法 .....	34
3.3.3 再現ケース .....	35
3.3.4 結果と考察 .....	35
(1) 流れの解析結果と考察 .....	35
(2) 河床変動解析結果と考察 .....	36
3.4 桂川の連続水制部周辺の流れと河床変動 .....	42
3.4.1 計算対象 .....	42
3.4.2 再現ケース .....	43
3.4.3 結果と考察 .....	43
3.5 まとめ .....	47

<b>第 4 章 動的平衡に着目した転波列の水理学的特性</b>	<b>51</b>
4.1 概説	51
4.2 転波列を対象とした室内実験	53
4.2.1 実験概要	53
4.2.2 実験結果	53
4.3 転波列を対象とした数値解析	55
4.3.1 擾乱を与えない場合	55
(1) 数値解析概要	55
(2) 数値解析結果と考察	56
4.3.2 擾乱を与えた場合	58
(1) 計算条件	58
(2) 解析結果	58
4.4 転波列の卓越波長に関する検討	60
4.4.1 擾乱の時間発展式の導出	62
4.4.2 擾乱の時間発展解析	67
(1) 計算条件	67
(2) 解析結果と考察	67
4.5 まとめ	76
<b>第 5 章 陸上を遡上する津波の基本特性</b>	<b>79</b>
5.1 概説	79
5.2 津波の遡上特性に関する相似解法に基づく検討	81
5.2.1 基礎式	81
5.2.2 慣性-圧力領域	83
5.2.3 圧力-摩擦領域	88
5.2.4 数値解析との比較	94
(1) 数値解析手法	94
(2) 計算条件	94
(3) 解析結果と考察	95
5.2.5 実験との比較	97
(1) 実験概要	97
(2) 実験結果と考察	99
5.3 津波遡上特性に関する特性曲線法に基づく検討	101
5.3.1 特性曲線法に基づく津波遡上初期の特性	101
5.3.2 数値解析との比較	106
(1) 計算条件	106



(2) 再現ケース .....	106
(3) 解析結果と考察 .....	106
5.3.3 実験との比較 .....	108
(1) 実験概要 .....	108
(2) 実験結果と考察 .....	109
5.4 防潮堤越流後の津波の遡上過程 .....	111
5.4.1 基礎式 .....	111
5.4.2 慣性-圧力領域 .....	113
5.4.3 圧力-摩擦領域 .....	115
5.4.4 数値解析との比較 .....	118
(1) 計算条件 .....	118
(2) 解析結果および考察 .....	118
5.4.5 実験との比較 .....	122
(1) 実験概要 .....	122
(2) 実験結果と考察 .....	122
5.5 まとめ .....	124

## 第6章 二、三の開水路流を対象とした多次元解析 ..... 128

6.1 概説 .....	128
6.2 数値解析モデル .....	131
6.2.1 基礎式 .....	131
6.2.2 乱流モデル .....	132
6.2.3 解析手法 .....	133
(1) 解析方法の概要 .....	133
(2) CIP-CSL3 法 .....	133
(3) STAA(Surface Tracking by Artificial Anti-diffusion)法 .....	134
(4) 密度，粘性係数の扱い .....	135
6.3 スロッシング現象，ダム破壊流れへの適用 .....	138
6.3.1 スロッシング現象への適用 .....	138
(1) 計算条件 .....	138
(2) 解析結果と考察 .....	139
6.3.2 ダム破壊流れへの適用 .....	143
(1) 計算対象 .....	143
(2) 計算条件 .....	144
(3) 解析結果と考察 .....	144
6.4 防潮堤越流後の陸上遡上する津波への適用 .....	150

6.4.1 計算条件 .....	150
(1) 計算対象 .....	150
(2) 計算条件 .....	150
6.4.2 解析結果と考察 .....	151
6.5 まとめ .....	154
<b>第7章 結論 .....</b>	<b>157</b>

## 第1章 序論

### 研究の背景と目的

自然界での水の流れの多くは，開水路非定常流であり，水面の存在により，様々な現象が見られる．例えば，跳水，段波，転波列などに挙げられるように，水理条件の違いで，水面に大きな違いが表れ，その特性も変わってくる．このように，一重に開水路非定常流と言っても，その現象は多岐にわたり，対象とする流れによってその特性も変わってくる．河川洪水流や津波の遡上といった流れもこの開水路非定常流であるが，このような流れの特性を明らかにしておくことは，工学的観点から有用なことである．

本研究では，種々の非定常開水路流に関する水理学的検討を行い，その基本特性を明らかにすることを目的としている．

各章で対象とする事象を列举すると以下の通りである．

- 第2章：一地点の水位ハイドログラフのみを用いた洪水流の再現方法
- 第3章：落差工，水制周りの流れと河床変動
- 第4章：動的平衡に着目した転波列の水理学的特性

➤ 第5章：陸上を遡上する津波の基本特性

➤ 第6章：二，三の開水路非定常流を対象とした多次元解析

まず，第2章では，上下流端の境界条件が存在せず，対象区間内にある一地点の一つのハイドログラフのみが存在するような場合の河川洪水流の再現方法について検討する．河川洪水流を再現する場合，対象区間内の流れが常流であれば，特性曲線法に基づき，区間の上流端及び下流端それぞれ水位または流量のハイドログラフを境界条件として与えて洪水流再現計算を行うことが通例であり[1,2,3]，この場合，二つのハイドログラフが必要となる．しかし，これでは，再現に必要なハイドログラフが十分に揃っていないような対象区間では，適用できず，対象とできる区間が限られることになる．限られたデータから，洪水流の再現を可能とすれば，より様々な対象領域を扱うことができ，工学的にも有用である．このような観点から，洪水流を再現する方法として，その状況に応じた洪水流再現方法がいくつか提案されている[4,5,6]．ここでは，既往研究[6]ですでに検討されている一つのハイドログラフのみが存在するような状況での洪水流の再現方法について検討し，実河川でも適用可能な洪水流再現方法を提示する．提示した再現方法は，宇治川の既往洪水に適用し，その再現性の検証を行う[7]．

第3章では，落差工，水制周りの流れと河床変動について検討する．落差工や水制などの河川構造物周辺は，流速の大きさ，方向が大きく変わるため，それに応じて，土砂の洗掘や堆積が顕著に表れる領域である．このように流れの空間的变化が大きい領域では多様な河川環境を創造するため，このような河川構造物周辺の流れと河床変動特性を把握しておくことは，治水の観点からだけでなく，河川環境の観点からも有用である．まず，落差工下流での流れと河床変動特性について検討するために，Saif等の実験[8]を対象とした解析を行う．Saif等の実験では，落差工下流で表れる跳水や衝撃波が土砂の堆積過程に大きく影響していることを指摘している．ここでは数値解析によってその土砂堆積過程について検討する[9]．つぎに，桂川の連続水制部周辺の流れと河床変動を対象とした解析を行う．異なる二つの水理条件での解析により，対象領域での河床変動特性について検討する[10]．

第4章では，動的平衡に着目した転波列の水理学的特性に関する検討を行う．転波列は急勾配水路などで見られ，波列を形成しながら流れる現象であり，この流れの発生限界や平衡状態における波形や波長といった基本特性に関する研究は古くからなされている．例えば，発生限界に関する研究として，Vedernikov数が1以上で流れが不安定となり，その流れの不安定現象が転波列であることは良く知られている[11,12]．また，平衡状態の転波列に関する研究は，Dressler[13]による波形の解析法が代表的なものとして挙げられ，波長や

波高といったパラメータを一つ与えなければ，波形が一意に決まらないことを示している．その一方で岩垣・岩佐[14]は，Dresslerの理論を浅水流方程式に適用して運動量補正係数 $\beta$ を1.05としたときの解析解を導出している．ここでは， $\beta$ を1とした時の平衡状態の転波列について検討し，転波列が動的平衡状態になることを数値解析により示す．また，この動的平衡に着目し，転波列の発達過程に関する検討を行う．

第5章では，水平な陸上を遡上する津波の特性について理論的検討を行う．津波の遡上特性を明らかにすることは，津波に対する防災，減災対策を考えていく上で，有益である．波もしくは津波の遡上特性を明らかにするための理論的検討を行った研究は，傾斜堤[15]や傾斜海浜において遡上する波[16]，岸壁を越流する波[17]などが挙げられる．これらは，沖から海岸線付近を中心とした現象に着目したものであり，津波が陸地に遡上し，長い距離を遡上していく場合に，どのような特性がみられるかについて，理論的には，十分な議論がされていない．本研究では，まず，陸上を遡上する津波の特性を相似解法に基づき検討する[18,19]．つぎに，特性曲線法に基づき，陸上遡上の初期過程での特性について検討する．さらに，防波堤を越流した後に水平陸上を遡上する津波を対象とし，その特性について相似解法に基づき検討する．

第6章では，スロッシング現象[20]，ダム破壊流れ[21]，防潮堤を越流・遡上する津波を対象とした多次元数値流体解析を行う．ここでは，界面捕獲法に密度関数法を用い，移流計算にCIP-CSL3法[22]，数値拡散制御にはSTAA法[23, 24]を適用する．数値解析手法には有限体積法を用い，スタッガードスキームによる変数の配置をした解析を行う．この時，この変数配置により，密度と粘性係数の扱いに注意が必要となる．従来の密度関数の平均的な内挿方法では，密度と粘性係数が界面で数値的不安定となってしまう，界面付近で精度が悪い結果となる．そこで，本研究では，STAA法によって得られた符号付き距離関数を利用した密度と粘性係数の内挿方法を用いる．この内挿方法をスロッシング現象，ダム破壊流れに適用することで，再現性の検証を行う．また，防潮堤を越流・遡上する津波を対象とした解析を行い，第5章で導出した関係と比較することで，その遡上過程の特性が多次元解析において再現されるか検討する．

## 本論文の構成

本研究は、種々の開水路非定常流を対象とし、水理学的検討により、その基本特性を明らかにすることを目的としたものである。対象とする事象は、前述した通り、**第2章**：上下流端の境界条件が存在しない場合の洪水流再現方法、**第3章**：落差工、水制周りの流れと河床変動、**第4章**：転波列の発達過程、**第5章**：津波の遡上過程、**第6章**：スロッシング、ダム破壊流れ、防潮堤越流後の水平陸上を遡上する津波とする。以下に、各章での検討手法及び内容について概説する。

**第2章**では、上下流端の境界条件が存在せず、対象区間内にある一地点の一つのハイドログラフのみが存在するような場合の河川洪水流の再現方法について検討する。まず、本章での研究背景をより明確にするために、既往の研究において検討されている、洪水流の再現可能性[6]についてレビューする。つぎに、実河川でも適用可能とするために、浅水流方程式のみを用いた洪水流再現方法を提示する。提示した方法を宇治川の既往洪水に適用し、対象区間内の一地点(向島)の水位ハイドログラフから、対象区間の上流端と下流端のハイドログラフの再現を試みる。得られた解析結果と実測データとを比較することにより、提案した洪水流再現方法の再現性について検証する。

**第3章**では、急拡部を有する落差工下流部と桂川の連続水制部周辺の2つの対象に対して、流れと河床変動解析を行う。流れに一般曲線座標系での水深積分モデル、河床変動に平衡流砂モデルと非平衡流砂モデルを用いた解析を行い、それぞれの河床変動特性について検討する。まず、落差工下流部を対象とした解析を行う。既往実験[8]での土砂の堆積過程と平衡流砂モデル、非平衡流砂モデルそれぞれによる解析による堆積過程を比較することにより、非平衡流砂モデルの優位性を示す。また、非平衡流砂モデルによる解析結果から、落差工下流での砂州の形成過程の特性について検討する。つぎに、桂川の連続水制部周辺の流れと河床変動解析を流量の異なる二つのケースで行う。それぞれの河床変動モデルの解析結果と桂川の河床高の実測データとを比較することにより、非平衡流砂モデルの河床変動の再現性の優位性を示す。また非平衡流砂モデルによる解析結果から、桂川連続水制部周辺での河床変動特性について検討する。

**第4章**では、動的平衡状態に着目した転波列の発達過程と平衡状態での特性について、実験及び浅水流方程式を基礎式とした一次元数値解析、理論解析によって検討する。まず室内実験を行い、転波列の発達過程における特性を確認する。つぎに、平衡状態となる転波列の特性について検討するために、実験によって得られた水理条件の下で、浅水流方程式を基礎式とした一次元の数値解

析を行い、転波列が動的平衡状態になることを示す。また、一定の擾乱周期を与えた数値解析を行い、擾乱周期の違いによって異なる発達過程が表れることを示すとともに、この違いを動的平衡に着目して検討を行う。さらに、この動的平衡状態となる転波列において卓越波長について検討するために、擾乱の時間発展式を誘導し、その式を用いて、擾乱の時間発展解析を行う。

**第5章**では、陸上を遡上する津波を対象とし、その基本特性に関する検討を行う。まず、水平な陸上を遡上する津波を対象とし、浅水流方程式に相似解法を適用する。慣性項と圧力項が卓越する領域（慣性-圧力領域）と圧力項と摩擦項が卓越する領域（圧力-摩擦領域）とに分けて考え、それぞれの領域での相似解の導出を行い、その特性について検討する。また、得られた理論解は、数値解析と実験によって、その妥当性を検証する。つぎに、相似解法では、初期の遡上過程の特性について十分に明らかにならないことから、特性曲線法に基づき、津波の遡上の初期過程での特性について検討する。ここでは、慣性項と圧力項が卓越するものとして考え、浸水距離と時間の関係を導出するとともに、遡上初期での流速と水深の近似解を導出する。さらに、対象を変え、防潮堤を越流し、陸上を遡上する津波に関する基本特性について検討する。こちらの対象も、相似解法により、理論的検討を行う。ここで扱う対象は、防潮堤を越流した直後の遡上初期の段階で、全領域において流れが射流の状態で遡上していく過程と時間の経過とともに、底面の摩擦の影響により跳水が発生し、流れの一部が常流となって遡上していく過程とに分けて考えることができる。それぞれの過程に相似解法を適用し、その特性について検討する。

**第6章**では、スロッシング現象[20]、ダム破壊流れ[21]、防潮堤を越流・遡上する津波を対象とした多次元数値流体解析を行う。ここでの解析には、界面捕獲法に密度関数法、移流計算にCIP-CSL3法[22]を用い、数値拡散制御のために、STAA法[23,24]を導入する。まず、これらを用いる手法と数値解析モデルについて概説する。つぎに、変数配置にスタッガードスキームを用いた密度関数における問題点を指摘するとともに、界面方向を考慮した距離関数を用いて、数値計算上安定な密度と粘性係数の内挿方法を提示する。提示した内挿法をスロッシング現象とダム破壊流れに適用し、提案した内挿方法の有用性を示す。さらに、防潮堤越流後の水平陸上を遡上する津波を対象とした多次元解析を行い、その遡上過程の特徴を確認するとともに、**第5章**で得られた相似解法によって得られた基本特性と比較し、多次元解析においてもその特性が表れるかについて検討する。

**第7章**で、ここまでで得られた主要な成果を取りまとめ、本研究の結論とする。

## 参考文献

- [1] Abbot, M. B. : Computational Hydraulics : Elements of the theory of free surface flows, *Pitman Advanced Publishing Program*, 1979.
- [2] 井上和也 : 開水路非定常流の数値計算法とその水工学への応用に関する研究, 京都大学学位論文, 1986.
- [3] Chaudhry, M. H. : Open Channel Flow (2nd edition), *Springer*, 2008.
- [4] Onda, S., Hosoda, T., Uchida, T. and Jacimovic, N. : Numerical simulation of unsteady flood flows with unknown boundary conditions, *Proc. of the 7th international conference of HYDROINFORMATICS 2006*, Vol.3, pp.1619-1626, 2006.
- [5] Hosoda, T., Onda, S., Iwata, M. and Jacimovic, N. : Extension of flood flow simulation without upstream and downstream boundary conditions, *River flow 2008*, pp.655-659, 2008.
- [6] 細田尚, 村上隆弘, 音田慎一郎, 岩田通明, PUAY HOW TION, 柴山慶行 : 上下流端境界条件が共に存在しない場合の洪水流の再現方法に関する二, 三の検討, 水工学論文集, 第54巻, pp.1159-1164, 2010.
- [7] Hosoda, T., Shirai, H., Onda, S. and Shibayama, Y. : Reproduction of Flood Flow Using Only One Depth- Hydrograph in a River Course -Theoretical Background and Computational Method-, *Proc. of 34th IAHR World Congress*, pp.202-209, 2011.
- [8] Saif, A., Hosoda, T., Onda, T., and Shigemitsu, R. : Relation between sand bar formation and the habitat of "Kamogawa Chidori" in the Kamo River, Kyoto. *River, Coastal and Estuarine Morphodynamics: RCEM2009*, pp.549-554, 2009.
- [9] 白井秀和, 細田尚 : 急拡部を有する落差工下流での河床変動を対象とした数値解析, 応用力学論文集 A2 (応用力学), 土木学会, Vol.15, pp. I\_601-608, 2012.
- [10] Shirai, H., Onda, S. and Hosoda, T. : Numerical simulation of bed deformation around spur dikes in Katsura River, Kyoto, *Proc. of 7th IAHR Symposium on River, Coastal and Estuarine Morphodynamics: RCEM2011*, pp.994-1000, 2011.
- [11] Vedernikov, V. V. : Conditions at the Front of a Translation Wave Disturbing a Steady Motion of a Real Fluid, *U.S.S.R. Academy of Sciences Comptes Rendus (Doklady)*, 48(4), pp.239-242, 1945.
- [12] Vedernikov, V. V. : Characteristics Features of a Liquid Flow in an Open Channel, *U.S.S.R. Academy of Sciences Comptes Rendus (Doklady)*, 52(3), pp.207-210, 1946.



- [13] Dressler, R. F. : Mathematical solution of the problem of roll-wave in inclined open channels, *Communications on Pure and Applied Mathematics*, Vol.2, No.213, pp.149-194, 1949.
- [14] 岩垣雄一, 岩佐義朗 : 転波列の水理学的特性について—薄層流に関する研究 (第7報) —, 土木学会誌, 40-1, pp.5-12, 1955.
- [15] Shuto, N. : Standing waves in front of a sloping dike, *Coastal Engineering Proceedings*, 1(13), 1972.
- [16] Freeman, J. C. and Le. Mehaute, B. : Wave breakers on a beach and surge on dry bed, *Journal of the Hydraulics Div., Proc. ASCE*, Vol.90, No.HY2, pp.187-216, 1964.
- [17] Iwasaki, T. and Togashi, H. : On the overland flow of tsunami and effectiveness of wall as a counter measure, *Coastal Engineering Proceedings*, 1(11), 1968.
- [18] 白井秀和, 細田尚, How Tion Puay : 相似解法に基づく陸上を遡上する津波の特性に関する基礎的検討, 土木学会論文集B1(水工学), 土木学会, Vol.68, No.4, pp.I\_1531-1536, 2012.
- [19] 白井秀和, 細田尚, 小林大輝 : 相似解法に基づく津波遡上過程の基本特性に関するいくつかの検討, 応用力学論文集A2 (応用力学), 土木学会, Vol.16, pp.I\_563-572, 2013.
- [20] Okamoto, T. and Kawahara, M. : Two-dimensional sloshing analysis by the Arbitrary Lagrangian-Eulerian finite element methods, *Proc. of JSCE*, Vol.441, 1-18, pp.39-48, 1992.
- [21] Janosi, I.M., Jan, D., Gabor Szabo, K. and Tel, T. : Turbulent drag reduction in dam-break flows, *Experiment in Fluids*, Vol.37, pp.219-229, 2004.
- [22] Xiao, F. and Yabe, T. : Completely conservative and oscillationless semi-Lagrangian schemes for advection transportation, *J.Comput. Phys.*, 170,498, 2001.
- [23] 池端昭夫, 肖鋒 : 保存型CIP法に基づく運動方程式および保存型自由界面捕獲スキームを用いた多相流体解析, 機会学会計算力学講演会講演論文集, Vol.15, pp.449-450, 2002.
- [24] 池端昭夫, 肖鋒 : 保存型自由界面捕獲スキームと固気液三相流への適用, 日本機会学会年次大会講演論文集, Vol.3, pp.301-302, 2002

## 第2章 一地点の水位ハイドログラフのみを用いた洪水流の再現方法

### 2.1 概説

本章では，上下流端境界条件が共に存在せず，対象区間にある一地点の一つのハイドログラフのみがある場合の河川洪水流の再現手法について検討する．

河川洪水流を再現する際，対象区間内の流れが常流であれば，特性曲線法に基づき，区間の上流端及び下流端それぞれ水位または流量のハイドログラフを境界条件として与えて計算することが通例である[1,2,3]．すなわち，2つのハイドログラフを境界条件として与えることで洪水流の再現計算が行なわれる．これに対して，このような洪水流を再現する際に必要なハイドログラフが十分でないときの洪水流再現方法として，上下流端ではない区間内の二地点のハイドログラフがある場合[4]，上下流端のいずれかの水位ハイドログラフが存在しない場合[5]，区間内の一地点のみのハイドログラフが存在する場合[6]の解析法がそれぞれ検討されている．本研究では，3ケース目の区間内の一地点の

みのハイドログラフが存在する場合について検討を行う。

細田等[6]は、常流を対象にして、浅水流方程式に摂動法を適用することで、上下流端で水深ハイドログラフを与えた場合の非線形解を導き、中間地点の解から得られる水深と水深の時間微係数が分かれば、上下流端境界ハイドログラフを求められる可能性を理論的に示した。さらに、浅水流方程式に水深・流速の時間微分に関する関係式を組み合わせることで時間発展的に求めることで、境界条件を再現する数値解析手法も提案している。しかし、水深・流速の時間微分の関係式を用いると、解くべき方程式の数が増え、また、平面2次元解析などへの拡張が難しいという点で、実用的ではない。

本章では、実用性の観点から、平面2次元モデルの浅水流方程式のみを用いた数値解析法を提案し、実河川である宇治川に適用することでその解析法の妥当性について検証する。すなわち、対象区間内にある一地点のハイドログラフを一つだけ用いることで、上下流端境界条件が再現できるかどうか、その可能性について検討する。

まず、2.2では、細田等[6]が示した流れが常流であるとした場合の一つのハイドログラフのみによる洪水流の再現可能性について概説する。

つぎに、2.3で実河川でも適用可能な一地点のハイドログラフのみを用いた洪水流の再現方法を示す。

2.4では、その再現方法を宇治川を対象として、その既往洪水に適用する。

最後に、本章で得られた結論を2.5にまとめる。

## 2.2 一地点の水位ハイドログラフのみを用いた洪水流の再現可能性

ここで、流れが常流として一地点の水位ハイドログラフのみによる洪水流再現の可能性[6]について概説する。フラッシュフラッドを対象とした（流れが射流）場合についての一地点の水位ハイドログラフのみを用いた洪水流再現の可能性に関しても同様に示されているが[7]，ここでは、流れが常流である場合のみについて検討する。

水路勾配ゼロで一様な水深 $h_0$ の水が入った長さ $L$ の水槽を考える。このとき、用いる基礎式は次式に示す連続式と運動方程式である。

$$\text{[連続式]} \quad \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial hu}{\partial x} = 0 \quad (2.1)$$

[運動方程式]

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \quad (2.2)$$

ここに， $t$ ：時間， $x$ ：空間座標， $h$ ：水深， $u$ ：水深平均流速， $g$ ：重力加速度である．

次式に示すように，水深と水深平均流速を摂動展開する．

$$h = h_0 + \varepsilon h_1 + \varepsilon^2 h_2, \quad u = u_1 + \varepsilon^2 u_2; \quad \varepsilon \equiv h_0/L \quad (2.3)$$

式(2.3)を連続式(2.1)に代入し $\varepsilon$ ， $\varepsilon^2$ に関して整理することで，それぞれ以下の関係が得られる．

$$O(\varepsilon): \quad \frac{\partial h_1}{\partial t} + h_0 \frac{\partial u_1}{\partial x} = 0 \quad (2.4)$$

$$O(\varepsilon^2): \quad \frac{\partial h_2}{\partial t} + h_0 \frac{\partial u_2}{\partial x} = -\frac{\partial h_1 u_1}{\partial x} \quad (2.5)$$

同様にして，式(2.3)を運動方程式(2.2)に代入することのでつぎの関係から得られる．

$$O(\varepsilon): \quad \frac{\partial u_1}{\partial t} + g \frac{\partial h_1}{\partial x} = 0 \quad (2.6)$$

$$O(\varepsilon^2): \quad \frac{\partial u_2}{\partial t} + g \frac{\partial h_2}{\partial x} = -u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} \quad (2.7)$$

得られた $\varepsilon$ の一次の関係式(2.4)，(2.6)に特性曲線法を適用すると，特性曲線とその曲線上で成立する関係式(2.8)が得られる．

$$\frac{dx}{dt} = \pm \sqrt{gh_0} : \quad h_1 \pm \sqrt{\frac{h_0}{g}} u_1 = \text{const.} \quad (2.8)$$

上流端，下流端の水深の時間変化を次式に示すように時間に関する一次式で与える．

$$h_{1A} = \alpha_{1u} t_A \quad (2.9)$$

$$h_{1B} = \alpha_{1d} t_B \quad (2.10)$$

ここに， $\alpha_{1u}$ ， $\alpha_{1d}$ ：一次式を用いた場合の上流端，下流端の水深時間変化の係

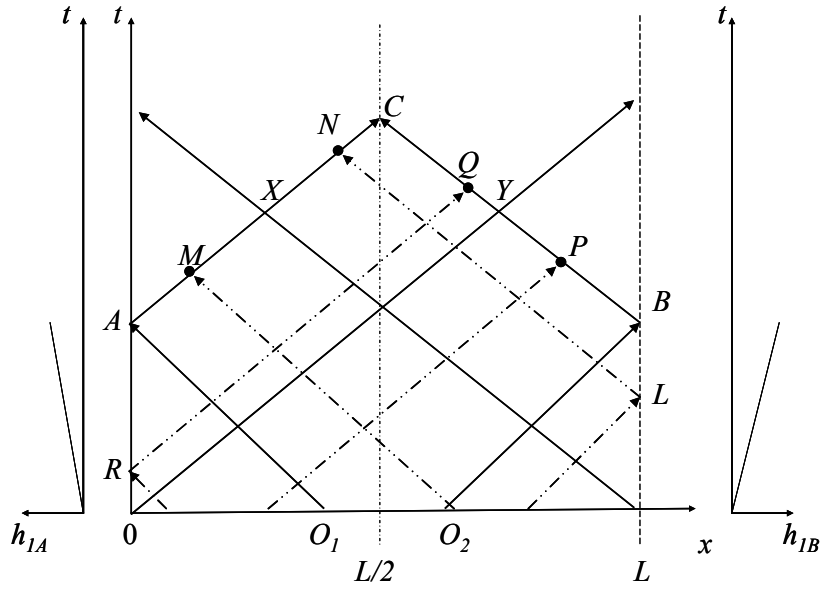


図-2.1 特性曲線法に基づく摂動解の導出法

数である．

まず，図-2.1を参照して，上下流端で式(2.9)，(2.10)のような水深の時間変化を与えた場合の一次の摂動解の導く．図-2.1に示すように，特性曲線 $O_1 \rightarrow A$ ， $O_2 \rightarrow B$ から点 $A$ ， $B$ での一次の摂動解 $u_{1A}$ ， $u_{1B}$ はつぎのようになる．

$$u_{1A} = \sqrt{\frac{g}{h_0}} \alpha_{1u} t_A \quad (2.11)$$

$$u_{1B} = -\sqrt{\frac{g}{h_0}} \alpha_{1d} t_A \quad (2.12)$$

特性曲線上での関係式(2.8)と式(2.11)，(2.12)を用いて，特性曲線 $A \rightarrow C$ ， $B \rightarrow C$ から点 $C$ での一次の摂動解 $h_{1C}$ ， $u_{1C}$ が次式のように求められる．

$$h_{1C} = (\alpha_{1u} + \alpha_{1d}) t_A \quad (2.13)$$

$$u_{1C} = \sqrt{\frac{g}{h_0}} (\alpha_{1u} - \alpha_{1d}) t_A \quad (2.14)$$

式(2.13)から， $\alpha_{1u}$ ， $\alpha_{1d}$ を分解することはできない．つまり，一次の摂動解だけでは，水槽中央の水深時間変化から上流端，下流端の境界条件を得ることができないことがわかる．

つぎに，一次の摂動解を用いて二次の摂動方程式(2.5)，(2.7)の解を導く．式(2.5)，(2.7)から， $h_2$ ， $u_2$ に関する特性曲線とその曲線上の関係式は次式で表わ

される。

$$\begin{aligned}\frac{D}{Dt}\left(h_2 \pm \sqrt{\frac{h_0}{g}}u_2\right) &= \frac{\partial h_2}{\partial t} \pm \sqrt{gh_0} \frac{\partial h_2}{\partial x} \pm \sqrt{\frac{h_0}{g}}\left(\frac{\partial u_2}{\partial t} \pm \sqrt{gh_0} \frac{\partial u_2}{\partial x}\right) \\ &= -h_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} - u_1 \frac{\partial h_1}{\partial x} \mp \sqrt{\frac{h_0}{g}}u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x}\end{aligned}\quad (2.15)$$

ここに， $D/Dt$ ：特性曲線（式(2.8)）に沿う時間変化を表わす。

ここで，図-2.1に示すように，特性曲線 $A \rightarrow C$ を点 $X$ で分け，その上流側の点を点 $M$ ，下流側の点を点 $N$ とし，先ほど求めた一次の摂動解から式(2.15)の右辺を計算すると次式のようになる。

$$\frac{D}{Dt}\left(h_2 + \sqrt{\frac{h_0}{g}}u_2\right)_M = 3\frac{\alpha_{1u}^2}{h_0}t_A \quad (2.16)$$

$$\frac{D}{Dt}\left(h_2 + \sqrt{\frac{h_0}{g}}u_2\right)_N = \frac{1}{h_0}(\alpha_{1d}t_L + \alpha_{1u}t_A)(\alpha_{1d} + \alpha_{1u}) + \frac{1}{h_0}(\alpha_{1u}t_A - \alpha_{1d}t_L)2\alpha_{1u} \quad (2.17)$$

同様に，特性曲線 $B \rightarrow C$ を点 $Y$ で分け，下流側を点 $P$ ，上流側を点 $Q$ としたときの式(2.15)の右辺はつぎのようになる。

$$\frac{D}{Dt}\left(h_2 - \sqrt{\frac{h_0}{g}}u_2\right)_P = 3\frac{\alpha_{1d}^2}{h_0}t_A \quad (2.18)$$

$$\frac{D}{Dt}\left(h_2 - \sqrt{\frac{h_0}{g}}u_2\right)_Q = \frac{1}{h_0}(\alpha_{1u}t_R + \alpha_{1d}t_A)(\alpha_{1d} + \alpha_{1u}) + \frac{1}{h_0}(\alpha_{1d}t_B - \alpha_{1u}t_R)2\alpha_{1d} \quad (2.19)$$

ここに， $t_L$ ， $t_R$ は次式で表わされる。

$$t_L = 2t_N - t_A - \frac{L}{\sqrt{gh_0}} \quad (2.20)$$

$$t_R = 2t_Q - t_A - \frac{L}{\sqrt{gh_0}} \quad (2.21)$$

特性曲線 $O_1 \rightarrow A$ ， $O_2 \rightarrow B$ から，点 $A$ ， $B$ での二次の摂動解は次式となる。

$$h_{2A} = 0 \quad (2.22)$$

$$u_{2A} = -\frac{1}{4} \sqrt{\frac{g}{h_0}} \frac{\alpha_{1u}^2}{h_0} t_A^2 \quad (2.23)$$

$$h_{2B} = 0 \quad (2.24)$$

$$u_{2B} = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{g}{h_0}} \frac{\alpha_{1d}^2}{h_0} t_A^2 \quad (2.25)$$

式(2.16), (2.17), (2.18), (2.19)をそれぞれ, 点Aから点Xの区間, 点Xから点Cの区間, 点Bから点Yの区間, 点Yから点Cの区間で積分し, 点Cでの特性量を求めると以下のようになる.

$$\left( h_2 + \sqrt{\frac{h_0}{g}} u_2 \right)_C = \frac{3}{2} \frac{\alpha_{1u}^2 L}{h_0 \sqrt{gh_0}} t_A + \frac{1}{4} \frac{t_A^2}{h_0} (-\alpha_{1u}^2 + \alpha_{iu} \alpha_{id} + \alpha_{1d}^2) \quad (2.26)$$

$$\left( h_2 - \sqrt{\frac{h_0}{g}} u_2 \right)_C = \frac{3}{2} \frac{\alpha_{1u}^2 L}{h_0 \sqrt{gh_0}} t_A + \frac{1}{4} \frac{t_A^2}{h_0} (\alpha_{1u}^2 + \alpha_{iu} \alpha_{id} - \alpha_{1d}^2) \quad (2.27)$$

これらの関係から, 点Cでの二次の摂動解  $h_{2C}$  が次式のように得られる.

$$h_{2C} = \frac{3}{4} \frac{L t_A}{h_0 \sqrt{gh_0}} (\alpha_{1u}^2 + \alpha_{1d}^2) + \frac{t_A^2}{4 h_0} \alpha_{1u} \alpha_{1d} \quad (2.28)$$

この  $h_{2C}$  と先程求めた一次の摂動解  $h_{1C}$  を式(2.3)の水深の関係に代入すると, 点Cでの水深と水深の時間の一階微分の時間変化は以下のように表わされる.

$$h|_C = h_0 + \varepsilon (\alpha_{1u} + \alpha_{1d}) t_A + \varepsilon^2 \left\{ \frac{t_A^2}{4 h_0} \alpha_{1u} \alpha_{1d} + \frac{3}{4} \frac{L t_A}{h_0 \sqrt{gh_0}} (\alpha_{1u}^2 + \alpha_{1d}^2) \right\} \quad (2.29)$$

$$\left. \frac{\partial h}{\partial t} \right|_C = \varepsilon (\alpha_{1u} + \alpha_{1d}) + \varepsilon^2 \left\{ \frac{t_A}{2 h_0} \alpha_{1u} \alpha_{1d} + \frac{3}{4} \frac{L}{h_0 \sqrt{gh_0}} (\alpha_{1u}^2 + \alpha_{1d}^2) \right\} \quad (2.30)$$

これらの式(2.29), (2.30)から, 例えば  $\alpha_{1u}$  は,  $h_c$ ,  $dh_c/dt$  を用いて以下のように表わすことができる.

$$\begin{aligned} \varepsilon^4 \left( \frac{3Lt_A^4}{4h_0\sqrt{gh_0}} \right) \alpha_{1u}^4 + \varepsilon^3 t_A^4 \alpha_{1u}^3 + \varepsilon^2 t_A^4 \frac{\partial h}{\partial t} \bigg|_C \alpha_{1u}^2 \\ + \varepsilon \left\{ 4h_0 t_A^2 \left( h_0 - h_C + \frac{\partial h}{\partial t} \bigg|_C t_A \right) \right\} \alpha_{1u} + \frac{12Lh_0}{\sqrt{gh_0}} \left( h_0 - h_C + \frac{\partial h}{\partial t} \bigg|_C t_A \right)^2 = 0 \end{aligned} \quad (2.31)$$

この関係から，ある時刻での水深と水深の時間の一階微分が既知であれば， $\alpha_{1u}$ が求まる．つまり，区間内のある一地点の水深と水深の時間の一階微分から，上下流端の境界条件が時間に関する一次式として再現できる可能性があることを示している．

## 2.3 一地点の水位ハイドログラフのみを用いた洪水流の再現方法

### 2.3.1 洪水流再現方法

ここでは，一地点の水位ハイドログラフのみを用いた洪水流の再現方法について述べる．細田等[6]は，先述の理論から浅水流方程式に水深・流速の時間微分に関する関係式を組み合わせることで，境界条件を再現することが可能であることを示した．しかし，この場合，解くべき方程式の数が増えるとともに，平面2次元への拡張が難しい．そこで，ここでは，平面2次元モデルの浅水流方程式のみを用いて，対象区間内にある一地点のみのハイドログラフがある場合の洪水流再現する方法を示す．

まず，ある短い期間で上下流端のハイドログラフを時間に関して2次としてそれぞれ次式のように仮定する．

$$q_{up} = A_1 t^2 + A_2 t + q_0 \quad (2.32)$$

$$h_{down} = A_3 t^2 + A_4 t + h_0 \quad (2.33)$$

ここに， $q_{up}$ ：上流端の流量， $q_0$ ：上流端の初期流量， $h_{down}$ ：下流端の水深， $h_0$ ：下流端の初期水深， $A_1 \sim A_4$ ：二次式のパラメータである．

この条件の下で非定常流解析を行うと，常流である場合，図-2.2に示すよう



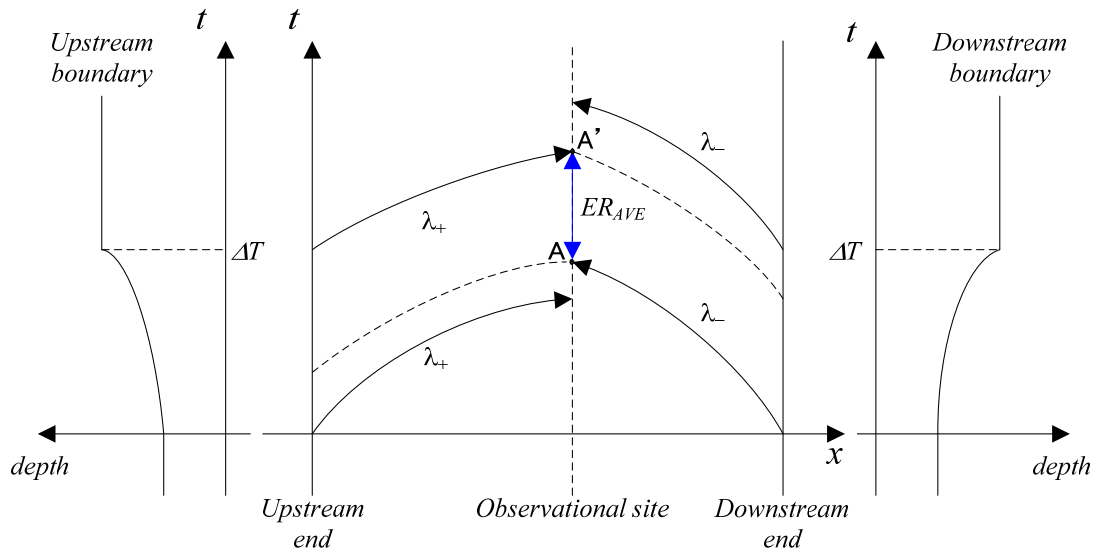


図-2.2 区間内一地点のハイドログラフによる両端境界条件の再現方法

に上流端，下流端からそれぞれの特性曲線が描かれる．一般断面での特性曲線は次式で表される．

$$\lambda_{\pm} = \frac{Q}{A} \pm \sqrt{\frac{gA}{B_s}} \quad (2.34)$$

ここで， $Q$ ：流量， $A$ ：断面積， $B_s$ ：川幅， $g$ ：重力加速度である．

ある短い区間で仮定した上下流端境界条件が観測地点に影響を与える区間は，図-2.2に示す点Aから点A'の期間である．この期間の観測地点での解析によって得られた水位と実際に計測された水位ハイドログラフを用いた次式のように誤差を繰り返し計算する．

$$ER_{AVE} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (h_{obs} - h_{cal})^2 \quad (2.35)$$

ここで， $h_{obs}$ ：観測地点での実際に計測された水位， $h_{cal}$ ：観測地点での解析により得られた水位， $n$ ：誤差計算の繰り返し回数である．

いくつかの上流端，下流端の境界条件を仮定し，それらの境界条件を与えることで数値解析を行い，上式によって得られた $ER_{AVE}$ を最小とする $A_1 \sim A_4$ をその時間区間での解とし，この過程を洪水期間が終了するまで繰り返す．

### 2.3.2 数値解析モデル

流れの解析モデルとして植生の形状抵抗を考慮した一般曲線座標系での平

面2次元モデル[8]を用いる．基礎式は水平面に置かれた直角座標系上で水深積分された連続式，運動量方程式で構成される．

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0 \quad (2.36)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial uM}{\partial x} + \frac{\partial vM}{\partial y} = -gh \frac{\partial z_s}{\partial x} - \frac{\tau_{bx}}{\rho} - \frac{F_x}{\rho} + \frac{\partial}{\partial x} \left( -\overline{u'^2} h \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( -\overline{u'v'} h \right) \quad (2.37)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial uN}{\partial x} + \frac{\partial vN}{\partial y} = -gh \frac{\partial z_s}{\partial y} - \frac{\tau_{by}}{\rho} - \frac{F_y}{\rho} + \frac{\partial}{\partial x} \left( -\overline{u'v'} h \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( -\overline{v'^2} h \right) \quad (2.38)$$

ここに， $t$ ：時間， $(x,y)$ ：空間座標， $(u,v)$ ： $x,y$ 方向の水深平均流速， $(M,N)$ ： $x,y$ 方向の流量フラックス， $g$ ：重力加速度， $h$ ：水深， $\rho$ ：水の密度， $z_s$ ：基準面からの水位， $(\tau_{bx}, \tau_{by})$ ： $x-y$ 座標系の底面せん断応力の成分， $(F_x, F_y)$ ： $x-y$ 座標系の植生の形状抵抗力成分， $-\overline{u'^2}$ ， $-\overline{u'v'}$ ， $-\overline{v'^2}$ ： $x-y$ 座標系の水深平均レイノルズ応力である．

水深平均レイノルズ応力は次式で算出する．

$$-\overline{u'^2} = 2D_h \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \frac{2}{3} k \quad (2.39)$$

$$-\overline{u'v'} = D_h \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (2.40)$$

$$-\overline{v'^2} = 2D_h \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right) - \frac{2}{3} k \quad (2.41)$$

$$D_h = \alpha h u_* \quad (2.42)$$

$$u_* = \sqrt{\tau / \rho} \quad (2.43)$$

ここで， $D_h$ ：渦動粘性係数， $k$ ：水深平均乱れエネルギー， $\alpha$ ：渦動粘性係数の定数， $u_*$ ：摩擦速度， $\tau$ ：底面せん断応力である．

水深平均乱れエネルギーについては，以下に示す鉛直方向（ $z$ 方向）の $k$ の分布に関する実験式[9]

$$\frac{k}{u_*^2} = 4.78 \exp \left( -2 \frac{z}{h} \right) \quad (2.44)$$

を水深積分して得られる次式を用いて算出する．

$$k=2.07u_*^2 \quad (2.45)$$

また，底面せん断応力は，Manning則より算出している．

$$\tau_{bx} = \frac{\rho g n^2 u \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{1/3}}, \quad \tau_{by} = \frac{\rho g n^2 v \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{1/3}} \quad (2.46)$$

ここに， $n$ ：Manningの粗度係数である．

植生の形状抵抗力は次式のように表している．

$$F_x = \frac{1}{2} \rho C_D \lambda h u \sqrt{u^2 + v^2}, \quad F_y = \frac{1}{2} \rho C_D \lambda h v \sqrt{u^2 + v^2} \quad (2.47)$$

ここに， $C_D$ ：植生の形状抵抗係数， $\lambda$ ：流体の単位体積あたりの植生要素の遮断面積（これを植生の密生度とする．）である．

つぎに，式(2.36)～(2.38)を，デカルト座標系 $(x, y)$ から一般座標系 $(\xi, \eta)$ への変換式

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \eta}, \quad \frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial \xi}{\partial y} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial}{\partial \eta} \quad (2.48)$$

等を用いて一般座標系表示すると，以下のようになる．

[連続式]

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{h}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{Uh}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{Vh}{J} \right) = 0 \quad (2.49)$$

[運動量方程式]

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{M}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{UM}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{VM}{J} \right) = & -gh \left( \frac{\xi_x}{J} \frac{\partial z_s}{\partial \xi} + \frac{\eta_x}{J} \frac{\partial z_s}{\partial \eta} \right) - \frac{F_x}{\rho J} \\ & + \frac{\xi_x}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} (-\overline{u'^2} h) + \frac{\xi_y}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} (-\overline{u'v'} h) + \frac{\eta_x}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} (-\overline{u'^2} h) + \frac{\eta_y}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} (-\overline{u'v'} h) \end{aligned} \quad (2.50)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{N}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{UN}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{VN}{J} \right) = & -gh \left( \frac{\xi_y}{J} \frac{\partial z_s}{\partial \xi} + \frac{\eta_y}{J} \frac{\partial z_s}{\partial \eta} \right) - \frac{\tau_{by}}{\rho J} - \frac{F_y}{\rho J} \\ & + \frac{\xi_x}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} (-\overline{u'v'} h) + \frac{\xi_y}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} (-\overline{v'^2} h) + \frac{\eta_x}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} (-\overline{u'v'} h) + \frac{\eta_y}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} (-\overline{v'^2} h) \end{aligned} \quad (2.51)$$

ここに， $(\xi_x, \eta_x, \xi_y, \eta_y)$ ：変換のメトリックス， $J$ ：座標変換のヤコビアン， $(U, V)$ ：流速ベクトルの反変成分であり，ヤコビアン，流速ベクトルの反変成分は以下

のように定義される．

$$J=1/(x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi) \quad (2.52)$$

$$U=\xi_x u + \xi_y v, \quad V=\eta_x u + \eta_y v \quad (2.53)$$

なお，これらの式において，下付き添え字の  $\xi, \eta, x, y$  は偏微分を表している（例えば  $\xi_x$  は  $\partial \xi / \partial x$ ）．また  $(\xi_x, \eta_x, \xi_y, \eta_y)$  は， $(x_\xi, x_\eta, y_\xi, y_\eta)$  と次式の関係がある．[10,11]

$$\xi_x = J y_\eta, \quad \eta_x = -J y_\xi, \quad \xi_y = -J x_\eta, \quad \eta_y = J x_\xi \quad (2.54)$$

有限体積法においてスタッガードスキームを用いる場合には，流速ベクトルおよび流量フラックスベクトルの反変成分を未知量として解く方法が解析法[12]に適合する．そこで，運動方程式に関しては，スタッガードスキームの有限体積法に適合するように，式(2.50)，(2.51)をさらに変形し，以下のように未知量を反変成分で表示する．（なお，式(2.55)=式(2.50)× $\xi_x$ +式(2.51)× $\xi_y$ ，式(2.56)=式(2.50)× $\eta_x$ +式(2.51)× $\eta_y$ ）

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{Q^\xi}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{U Q^\xi}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{V Q^\xi}{J} \right) - \frac{M}{J} \left( U \frac{\partial \xi_x}{\partial \xi} + V \frac{\partial \xi_x}{\partial \eta} \right) - \frac{N}{J} \left( U \frac{\partial \xi_y}{\partial \xi} + V \frac{\partial \xi_y}{\partial \eta} \right) \\ &= -gh \left( \frac{\xi_x^2 + \xi_y^2}{J} \frac{\partial z_s}{\partial \xi} + \frac{\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y}{J} \frac{\partial z_s}{\partial \eta} \right) - \frac{\tau_b^\xi}{\rho J} - \frac{F^\xi}{\rho J} \\ &+ \frac{\xi_x^2}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( -\overline{u'^2} h \right) + \frac{\xi_x \eta_x}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( -\overline{u'^2} h \right) + \frac{\xi_y^2}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( -\overline{v'^2} h \right) + \frac{\xi_y \eta_y}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( -\overline{v'^2} h \right) \\ &+ \frac{\xi_x \eta_y + \xi_y \eta_x}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( -\overline{u'v'} h \right) + \frac{2\xi_x \xi_y}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( -\overline{u'v'} h \right) \end{aligned} \quad (2.55)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{Q^\eta}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{U Q^\eta}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{V Q^\eta}{J} \right) - \frac{M}{J} \left( U \frac{\partial \eta_x}{\partial \xi} + V \frac{\partial \eta_x}{\partial \eta} \right) - \frac{N}{J} \left( U \frac{\partial \eta_y}{\partial \xi} + V \frac{\partial \eta_y}{\partial \eta} \right) \\ &= -gh \left( \frac{\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y}{J} \frac{\partial z_s}{\partial \xi} + \frac{\eta_x^2 + \eta_y^2}{J} \frac{\partial z_s}{\partial \eta} \right) - \frac{\tau_b^\eta}{\rho J} - \frac{F^\eta}{\rho J} \\ &+ \frac{\xi_x \eta_x}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( -\overline{u'^2} h \right) + \frac{\eta_x^2}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( -\overline{u'^2} h \right) + \frac{\xi_y \eta_y}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( -\overline{v'^2} h \right) + \frac{\eta_y^2}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( -\overline{v'^2} h \right) \\ &+ \frac{\xi_x \eta_y + \xi_y \eta_x}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( -\overline{u'v'} h \right) + \frac{2\eta_x \eta_y}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( -\overline{u'v'} h \right) \end{aligned} \quad (2.56)$$

ここに， $(Q^\xi, Q^\eta)$ ：流量フラックスの反変成分， $(\tau_b^\xi, \tau_b^\eta)$ ：底面せん断応力の反

変成分， $(F^\xi, F^\eta)$ ：植生の形状抵抗力の反変成分であり，以下のように定義される．

$$Q^\xi = \xi_x M + \xi_y N \quad , \quad Q^\eta = \eta_x M + \eta_y N \quad (2.57)$$

$$\tau_b^\xi = \xi_x \tau_{bx} + \xi_y \tau_{by} \quad , \quad \tau_b^\eta = \eta_x \tau_{bx} + \eta_y \tau_{by} \quad (2.58)$$

$$F^\xi = \xi_x F_x + \xi_y F_y \quad , \quad F^\eta = \eta_x F_x + \eta_y F_y \quad (2.59)$$

### 2.3.3 数値解析手法

数値解析法として有限体積法を用い，変数はスタッガードスキームで配置する．また移流項の離散化には2次精度のQUICK-schemeを用い，時間積分にはAdams-Bashforth法を用いる．また，特性曲線の移流については，風上差分を用いる．

## 2.4 宇治川の洪水流への適用

### 2.4.1 計算対象領域

本節では，宇治川の既往洪水流を対象として，先述の方法を用いて，一地点のハイドログラフのみを用いた洪水流再現について検討する．計算対象とする領域は，図-2.3に示すように，宇治川の手ヶ瀬ダム（淀川河口から53.2 km地点）を上流端とし，三川合流地点付近（同37.2km地点）を下流端とした16.0 kmとする．計算格子は曲面や斜面に沿うような曲線で構成された境界適合格子を用いる．主流方向については約200 m 間隔で81メッシュ，横断方向については流路に沿うように31メッシュ置き，格子数を81×31とする（図-2.4参照）．

本研究では，国土交通省近畿地方整備局による平成7年度，平成14年度現地調査及び平成14年度植生図から得られたデータから，図-2.5に示すように緑色の領域で植生による影響を考慮することにする．流量と水位の観測データについて整理すると，図-2.3に示す手ヶ瀬ダム（53.2 km地点）と宇治川発電所（51.4 km地点）で流量，向島観測所（44.8 km地点）で流量及び水位，淀観測所と宇治川三川観測所（35.8 km地点）で水位が観測されている．図-2.6から図-2.8はそれぞれの水位ハイドログラフ及び流量ハイドログラフである．これらの図から，平成7年5月に起きた洪水には，二つのピークがあることがわかる．この二つのピークのうち，二つ目のピークの後に，痕跡水位調査が行なわれている．

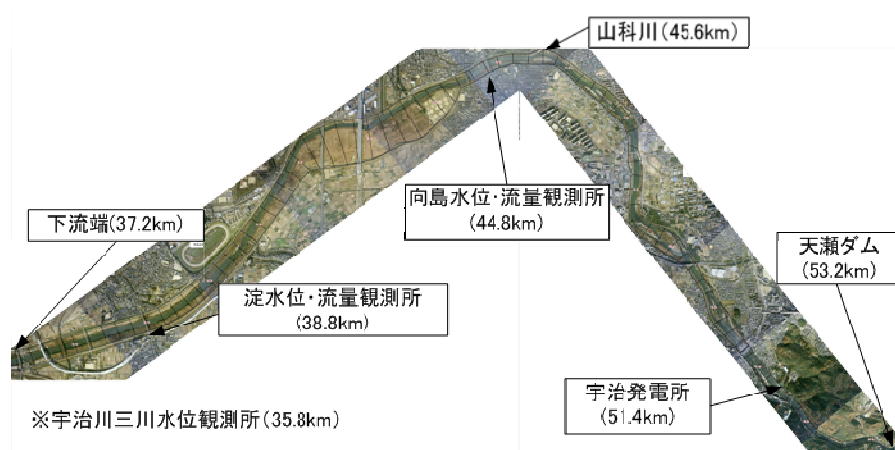


図-2.3 計算対象領域

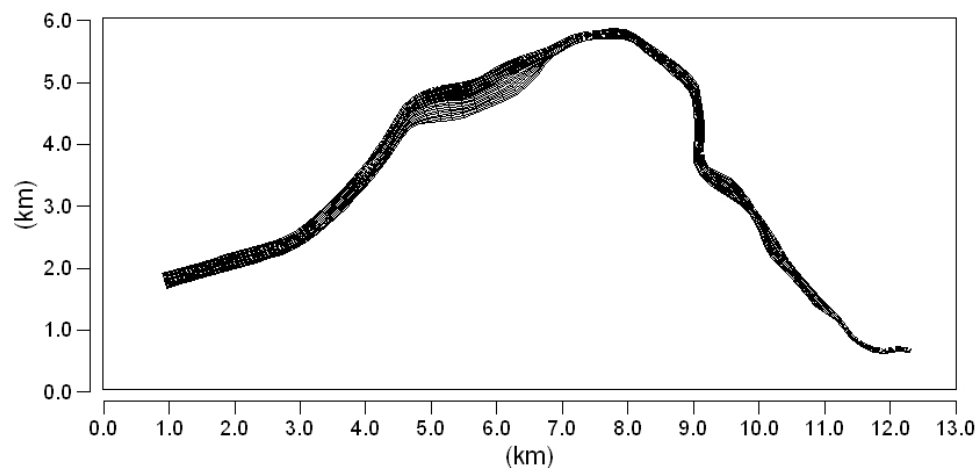


図-2.4 計算格子

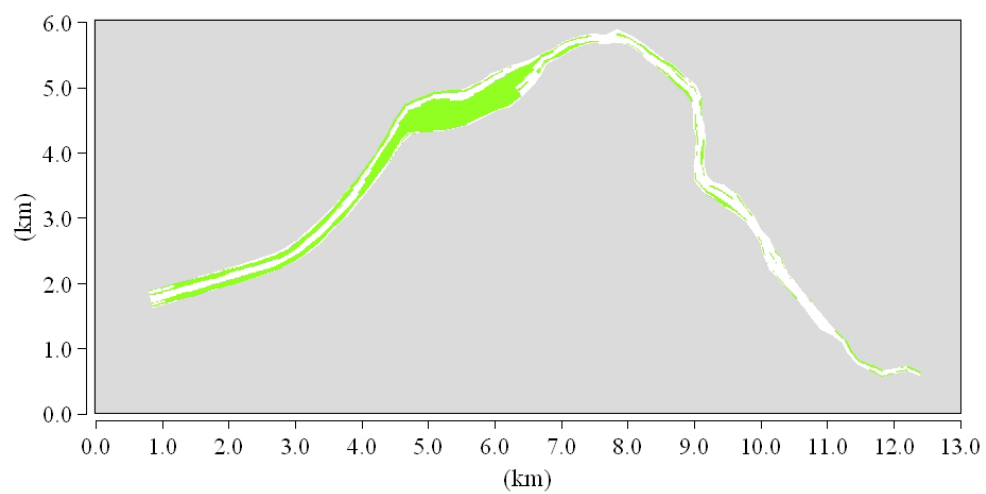


図-2.5 植生分布図

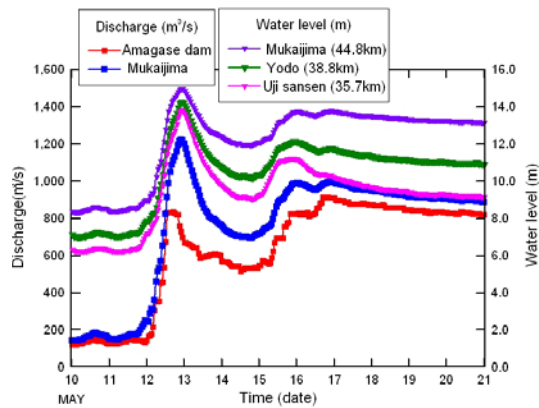


図-2.6 各観測所での流量・水位ハイドログラフ

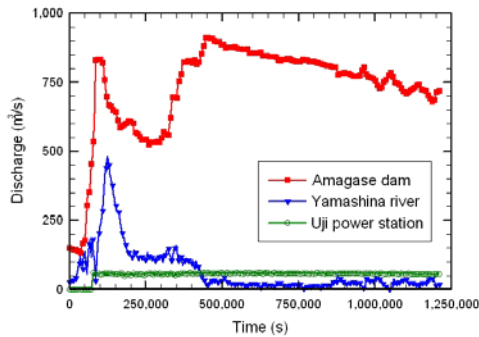


図-2.7 上流端境界条件

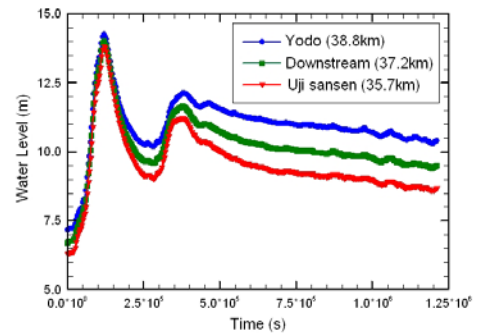


図-2.8 下流端境界条件

## 2.4.2 計算ケース

本研究では、まず平成7年5月の洪水におけるピーク流量を与えた平面2次元水深積分モデルによる定常流解析 (Cal-2.1) を行い、痕跡水位と比較する。つぎに洪水ハイドログラフを与えた非定常流解析 (Cal-2.2) を行い各観測地点におけるハイドログラフと比較する。これらの結果から平面2次元モデルにおける植生パラメータ等の妥当性について検証する。最後に Cal-2.3 では、上述の洪水流再現方法を適用し、計算区間内の向島観測所の水位ハイドログラフのみを与えることで上下流端境界条件の再現を行なう。

計算条件について、Cal-2.1 では、上流端から天ヶ瀬ダムのピーク流量である  $913 \text{ m}^3/\text{sec}$ 、宇治発電所から  $60.4 \text{ m}^3/\text{sec}$ 、山科川からは向島での最大流量から天ヶ瀬ダム放流量と宇治発電所放流量を差し引いたものを横流入させて与え、下流端水位としては、37.2 km 地点の痕跡水位の左右岸の平均水位を与える。

Cal-2.2 では、上流端に天ヶ瀬ダムの流量ハイドログラフを与え、Cal-2.1 と同

様，宇治発電所と山科川からの流量は，横流入する形で与え，下流端水位は，淀水位観測所と宇治川三川水位観測所の水位を線形補完して与える．

Cal-2.3では，向島観測所の水位ハイドログラフを用いて上下流端境界条件を再構成するが，宇治発電所や山科川からの流入する流量は，Cal-2.2と同様に与えることにする．ここで，ハイドログラフを仮定する一区間は2時間とし，2次式のパラメータを同定するために仮定する上下流端条件は，上流端，下流端それぞれのパラメータに対して9ケースとし，あわせて81ケースの仮定を各区间で行なう．

### 2.4.3 結果と考察

図-2.9，図-2.10はそれぞれCal-2.1で得られた水深コンター図と流速ベクトル図である．図-2.9からわかるように，この洪水では，ほぼ低水路満杯で，高水敷にはわずかに冠水する程度の洪水であったことがわかる．また，図-2.10の流速ベクトル図から高水敷での流速は大きな値をとっておらず，植生による抗力が効いているといえる．また，図-2.11及び図-2.12は左右岸それぞれの痕跡水位とCal-2.1の解析における水位を比較したものである．これらの図から，50 km地点付近で解析結果がやや高くなっている．これは植生による抗力が過度に評価されたためと考えられる．しかし，それ以外は誤差が0.2 m以内であり，全体的に一致する結果が得られた．

図-2.13，図-2.14，図-2.15は，それぞれCal-2.2による非定常流解析によって得られた向島での流量，向島での水位，淀での水位のハイドログラフを観測結果と比較した図である．図-2.13から，向島での流量は実際に計測された流量とほぼ一致していることがわかる．また，図-2.14と図-2.15をみると向島と淀それぞれの水位は，特に水位の低い時に計測データよりも小さい値となった．これは，下流端水位を淀水位観測所と宇治川三川水位観測所の水位を線形補完して与えており，正確な下流端水位ではなかったためと考えられる．しかし，水位，流量ともに変動に大きな差はなくモデルとしては妥当といえる．よってCal-2.1，Cal-2.2と同様の植生パラメータ，マニング粗度係数を与えてCal-2.3の解析を行った．

図-2.16，図-2.17は，洪水流を計算開始してから10時間後（1995年5月11日23：00）を $t=0$  secとしてそこから2時間仮定した上流端の流量と下流端水位を示したものであり，赤の実線で描かれたケースが誤差 $ER_{AVE}$ を最小となったケ



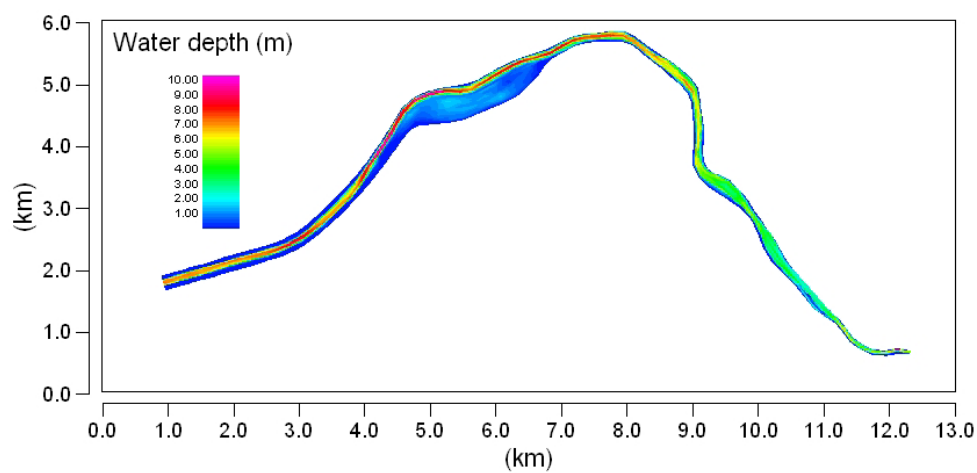


図-2.9 水深コンター図 (Cal-2.1)

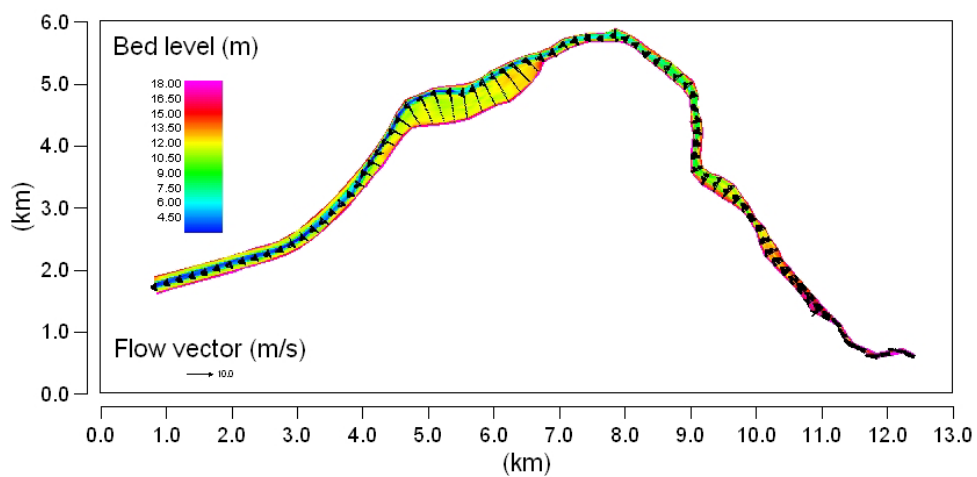


図-2.10 流速ベクトル図 (Cal-2.1)

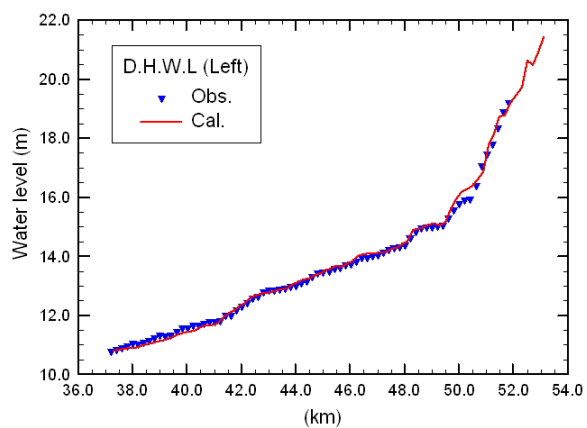


図-2.11 左岸痕跡水位

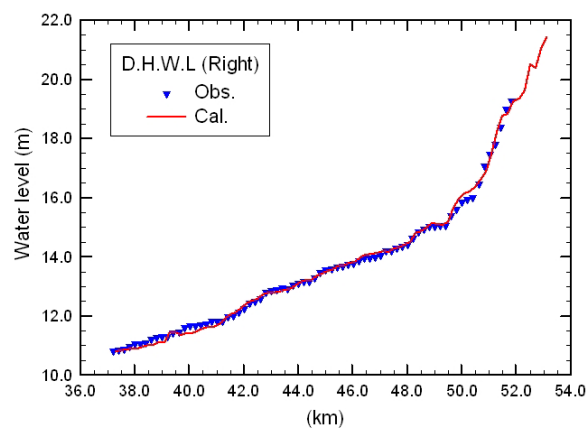


図-2.12 右岸痕跡水位

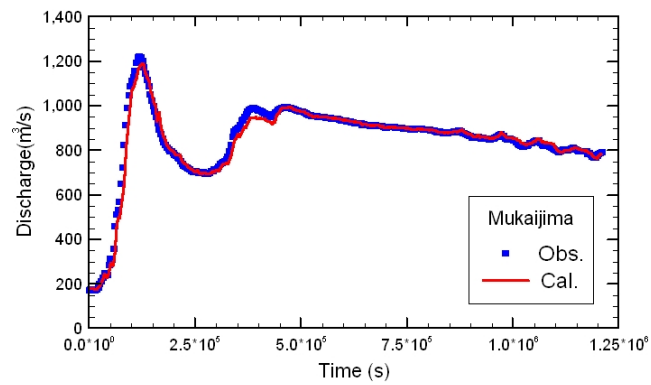


図-2.13 向島の流量ハイドログラフ (Cal-2.2)

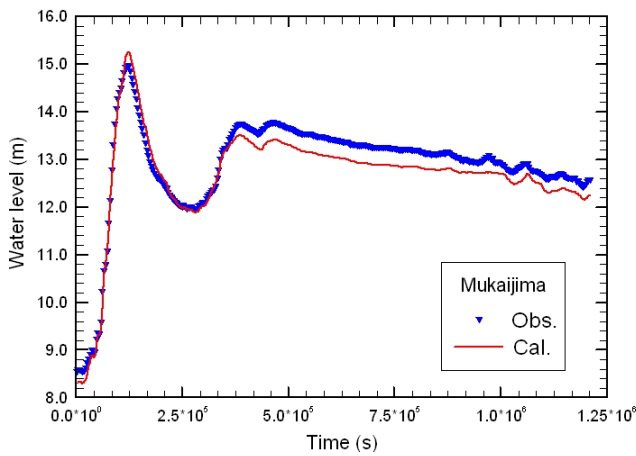


図-2.14 向島の水位ハイドログラフ  
(Cal-2.2)

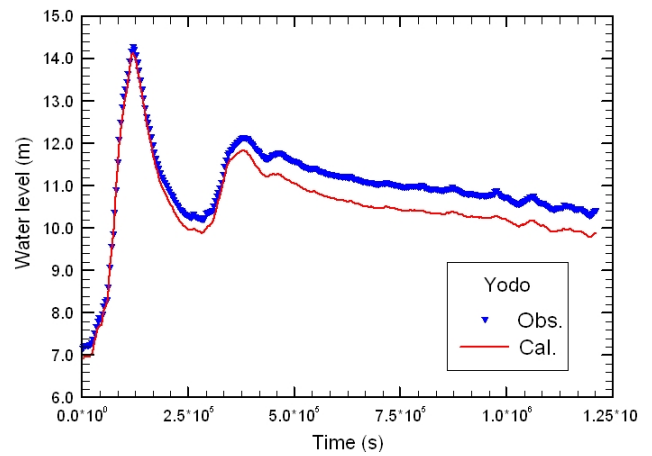


図-2.15 淀での水位ハイドログラフ  
(Cal-2.2)

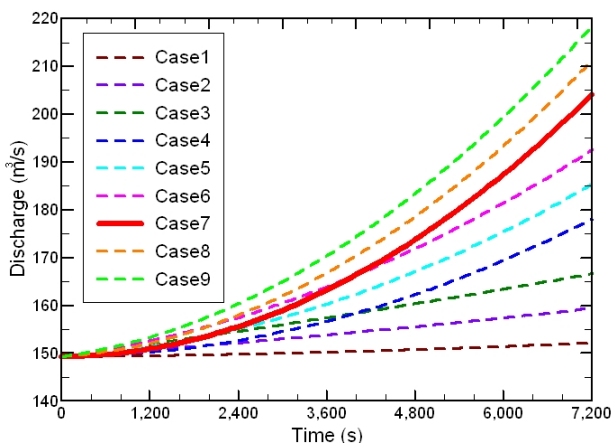


図-2.16 上流端流量ハイドログラフ  
の仮定ケース (Cal-2.3)

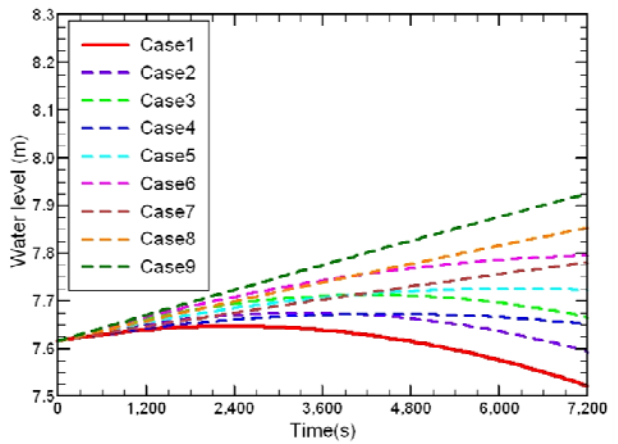


図-2.17 下流端水位ハイドログラフ  
の仮定ケース (Cal-2.3)

表-2.1 Cal-2.3におけるパラメータ同定のための誤差解析過程

上流端条件	下流端条件									
		Case1	Case2	Case3	Case4	Case5	Case6	Case7	Case8	Case9
	Case1	6.256E-3	4.731E-3	3.366E-3	5.214E-3	3.825E-3	2.655E-3	4.272E-3	3.090E-3	2.153E-3
	Case2	4.488E-3	3.354E-3	2.412E-3	3.728E-3	2.765E-3	2.027E-3	3.131E-3	2.360E-3	1.879E-3
	Case3	3.227E-3	2.446E-3	1.891E-3	2.746E-3	2.156E-3	1.834E-3	2.440E-3	2.666E-3	2.026E-3
	Case4	2.638E-3	1.932E-3	1.443E-3	2.175E-3	1.663E-3	1.408E-3	1.900E-3	1.602E-3	1.641E-3
	Case5	1.881E-3	1.528E-3	1.404E-3	1.719E-3	1.549E-3	1.685E-3	1.717E-3	1.783E-3	2.229E-3
	Case6	1.543E-3	1.514E-3	1.738E-3	1.640E-3	1.814E-3	2.323E-3	1.917E-3	2.324E-3	3.179E-3
	Case7	1.189E-3	1.196E-3	1.477E-3	1.301E-3	1.517E-3	2.067E-3	1.583E-3	2.044E-3	2.939E-3
	Case8	1.321E-3	1.637E-3	2.248E-3	1.687E-3	2.229E-3	3.128E-3	2.226E-3	3.031E-3	4.302E-3
	Case9	1.861E-3	2.479E-3	3.416E-3	2.470E-3	3.330E-3	4.588E-3	3.274E-3	4.410E-3	6.049E-3

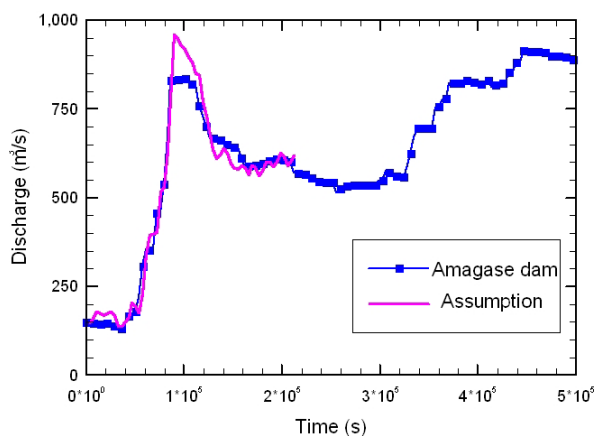


図-2.18 上流端流量ハイドログラフ  
(Cal-2.3)

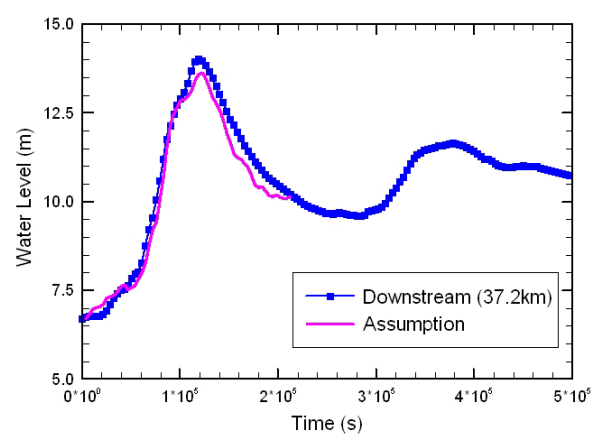


図-2.19 下流端水位ハイドログラフ  
(Cal-2.3)

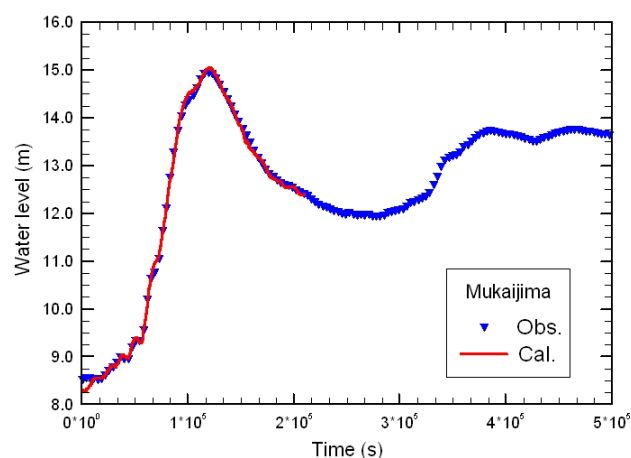


図-2.20 向島の水位ハイドログラフ  
(Cal-2.3)

ースである．また，表-2.1は，これらの仮定によって評価された $ER_{AVE}$ を示したものであり，上流端でCase7，下流端でCase1のとき観測値との誤差が最小となることを示している．よって，これらのケースがこの区間での上下流端境界条件となる．このように，各区間2時間毎に流量と水位を仮定し，誤差が最小となった計算結果をつなぎ合わせて得られた上流端流量ハイドログラフと下流端水位ハイドログラフが図-2.18，図-2.19である．また図-2.20は向島での水位ハイドログラフである．図-2.20に示す通り，向島での水位について計算結果と観測値の誤差が最小の場合をつなぎ合わせているため，解析結果と計測値がほぼ一致していることが確認できる．つぎに図2.18，図2.19から明らかのように，ところどころで誤差が生じているものの，水位の時間変化が，ある程度再現出来ている．図-2.18の上流端の流量において最初のピーク付近で約 $150\text{ m}^3/\text{s}$ 程度の大きな誤差が出てしまっているのがわかる．また，この大きな誤差によって，その後，実際の観測値の周りを振動するような結果となった．この原因の一つとして，誤差の評価として，図-2.2で示される点Aから点A'での誤差のみを評価しているため，特性曲線が到達するまでの仮定が反映されていないことが挙げられる．また，仮定する時間間隔を図-2.17のように2時間と比較的長い時間で仮定したことにも問題があったと考えられる．つまり，こういった洪水ピーク付近では傾きの変動が大きくなるため，仮定した時間を長くしてしまうと，このような水位の変動を捉えることができなくなる．そのため，こういった領域では，仮定する時間間隔を細かくするなど工夫していく必要がある．

以上のことをまとめると，ある一地点での水位ハイドログラフのみを用いることで，洪水流における上下流端の境界条件をある程度再現することができることを示した．しかし，より高精度な結果を求めるには，仮定時間や仮定ケースの設定の工夫が必要である．

## 2.5 まとめ

本研究では，上下流端境界条件が共に存在せず，対象区間内の一地点のハイドログラフのみが存在する場合における河川洪水流の再現手法について検討した．得られた結論を以下にまとめる．

➤ 対象区間内の一地点のハイドログラフのみがある条件の下で，浅水流方程

式のみを用いた洪水流再現方法を提案した．

- 提案した再現方法を宇治川の既往洪水に適用し，上流端，下流端のハイドログラフの再現を行った．
- 本研究で適用した手法で，上流端，下流端のハイドログラフのある程度の時間変動を予測することが可能であることを示した．
- ただし，本研究で適用した手法では，洪水ピーク地点での再現が難しく，時間の仮定区間を短くするなどの工夫が必要であると考えられる．

## 参考文献

- [1] Abbot, M.B. : Computational Hydraulics : Elements of the theory of free surface flows, *Pitman Advanced Publishing Program*, 1979.
- [2] 井上和也 : 開水路非定常流の数値計算法とその水工学への応用に関する研究, 京都大学学位論文, 1986.
- [3] Chaudhry, M.H. : Open Channel Flow (2nd edition), *Springer*, 2008.
- [4] Onda, S., Hosoda, T., Uchida, T. and Jacimovic, N. : Numerical simulation of unsteady flood flows with unknown boundary conditions, *Proc. of the 7th international conference of HYDROINFORMATICS 2006*, Vol.3, pp.1619-1626, 2006.
- [5] Hosoda, T., Onda, S., Iwata, M. and Jacimovic, N. : Extension of flood flow simulation without upstream and downstream boundary conditions, *River flow 2008*, pp.655-659, 2008.
- [6] 細田尚, 村上隆弘, 音田慎一郎, 岩田通明, PUAY HOW TION, 柴山慶行 : 上下流端境界条件が共に存在しない場合の洪水流の再現方法に関する二, 三の検討, 水工学論文集, 第54巻, pp.1159-1164, 2010.
- [7] 白井秀和, 細田尚, Saif A : 一地点の水位ハイドログラフを用いたフラッシュフラッドの再現の可能性, 土木学会論文集 B1(水工学), 土木学会, Vol.67, pp.179-184, 2011.
- [8] 長田信寿 : 一般座標系を用いた平面2次元非定常流れの数値解析, 水工学における計算機利用の講習会講義集, pp.61-76, 1997.
- [9] Nezu, I. and Nakagawa, H. : Turbulence in open channel flows, *IAHR Monograph*, Balkema, Rotterdam, pp.53-56, 1993.
- [10] 藤井孝蔵 : 流体力学の数値解析法, 東京大学出版会, 1994.
- [11] 荒川忠一 : 数値流体力学, 東京大学出版会, 1994.
- [12] 細田尚, 長田信寿, 村本嘉雄 : 移動一般座標系による開水路非定常流の数値解析, 土木学会論文集, No.533/II-34, pp.267-272, 1996.

## 第3章 落差工，水制周りの流れと河床変動

### 3.1 概説

本章では，落差工と水制周りを対象とした流れと河床変動の数値解析を行い，それぞれの水理構造物周りの流れと河床変動の特性について検討を行う．

3.2では，本研究で扱う数値解析モデルについて説明する．流れに関しては一般曲線座標系での平面二次元の水深積分モデルを用いる．河床変動には平衡流砂モデルと非平衡流砂モデルを用い，両モデルを以下の二つの対象に適用し，解析結果を比較することで，非平衡流砂モデルの優位性を示す．

3.3では，落差工下流部での流れと砂州の形成過程について検討する[1]．落差工は，洪水流において土砂の輸送及び河床勾配の安定化を目的として設置される河川構造物である．しかし，この構造物の設置により水の流れや土砂の動きに変化が生じ，その結果河川の環境を変化させ，そのシステムに影響を与えることが考えられる．したがって，このような落差工周りでの流れと土砂輸送メカニズムを明らかにしておくことが重要である．図-3.1は，京都市を流れる



図-3.1 落差工下流の砂州（賀茂川）



図-3.2 連続水制（桂川）

賀茂川の落差工下流で形成された砂州を示したものである．図に示すように，流路の中央と両側に砂州が形成されていることがわかる．このような砂州の形成はいくつかの落差工下流で確認されており，落差工下流での土砂堆積の一つの特徴であると考えられる．また，この河川における落差工は，下流で急拡しており，この形状が砂州の形成に大きな影響を与えていると考えられる．このことから，Saif等[2]は，この落差工周りでの土砂輸送の特性を調べるために落差工の下流で水路が拡幅するような水路を用いた実験を行っている．その実験により，落差工下流での砂州の形成には，水路の拡張によって形成された衝撃波と水路中央付近で生じる跳水付近で土砂が堆積していくことを確認している．本研究では，この実験を対象とした流れ及び河床変動の数値解析を行い，この急拡した落差工下流で形成される砂州の形成過程について検討する．まずはじめに流れのモデルの妥当性を検証する．その後，それぞれの河床変動モデルを適用し実験と比較することで，非平衡流砂モデルの優位性を示す．さらに，非平衡流砂モデルにより得られた解析結果から，落差工周辺での砂州の形成の特性について検討を行う．この時，砂州の形成において，急拡部で生じるせん断不安定渦が大きな役割を果たしていることをせん断不安定渦が生じない精度の低いスキームを用いた河床変動解析結果と比較することで示す．

3.4では，水制部周辺での流れと河床変動を対象とする[3]．水制は，流速を低下させる働きや流れの方向を変える働きがあり，河岸の侵食を抑える目的として設置されることが多い．また，水制は水辺の生物や植物の生息場を作り出すと考えられており，河川の生態系の保全・育成に果たす役割が見直され全国各地の河川で，古来の伝統工法による水制の復元や設置が行われている．本研究で対象とする桂川の連続水制（図-3.2）も，河岸侵食の抑制が設置目的ではあるが，水制の設置によりツルやタデなどの河原らしい植生などが生息しており，良好な河川環境の整備に繋がっていると考えられる．こういった河川構造



物周りの流れと土砂輸送のメカニズムを知ることが、治水という観点からだけではなく、河川の環境整備を考える上でも有用である。こういった治水と環境の観点から、水制を対象とした研究が多くされている。その中でも、河床変動を扱ったものとして、越流型水制[4,5]、非越流型水制[6,7]、透過型の水制[8]などを対象とし、水理条件、水制の配置や角度、水制の種類など様々な条件の下で、実験が行われている。また、水制部周辺の河床変動を対象とした数値解析による研究も行われており、平面二次元で平衡流砂量式を用いた解析[9,10,11]や流砂の非平衡性を考慮した非平衡流砂モデルによる解析[12]、さらに三次元解析に非平衡流砂モデルを適用したもの[13]が挙げられる。本研究では、桂川の連続水制部周辺を対象として流れと河床変動の解析を行う。流れは、平面二次元の水深積分モデルを適用し、河床変動には平衡流砂モデルと非平衡流砂モデルを用いる。得られた解析結果と実際に計測されている桂川の連続水制部周辺の河床地形から、現在の桂川の水制周りにおける河床地形がどのように形成されたかについて検討する。

3.5で、本章で得られた結論をまとめる。

## 3.2 数値解析モデル

### 3.2.1 数値解析モデル概要

流れの解析モデルは、第2章で示した一般曲線座標系での水深積分モデルとし、植生による抗力の項がないものを用いる。河床変動解析モデルとして、非平衡流砂モデルと平衡流砂モデルの二つのモデルを扱う。非平衡流砂モデルには、Nagata等[14]の解析法を採用する。平衡流砂モデルは、各地点での流れの特性からそれぞれ流れ方向とその横断方向の流砂量を算出し、そこから流砂の連続式により河床変動量を計算する。このとき、3.3の落差工下流部の河床変動解析では、主流方向の流砂量式として芦田・道上式[15]を使い、3.4の桂川の連続水制部周辺の河床変動解析では、Einstein型の掃流モデル[16]を適用する。横断方向には、いずれのケースにも長谷川式[17]を適用する。

### 3.2.2 非平衡流砂モデル

非平衡流砂モデルは、(1)*pick-up rate*の算出、(2)流砂の経路の決定、(3) *deposit rate*の計算、(4)河床の時間変化の計算の4段階で構成される。まず *pick-up rate*

は中川・辻本・村上[18]が提案した，側岸など大きな横断勾配を有する場合にも適用可能な次式を用いる．

$$\begin{aligned}
 p_s \sqrt{\frac{d}{(\sigma/\rho - 1)g}} &= F_0 G_* \tau_* \left( 1 - \frac{k_2 \Omega \tau_{*c}}{\tau_*} \right)^m \\
 G_* &= \frac{\cos \psi + k_L \mu_s}{1 + k_L \mu_s} \\
 \Omega &= \left( \frac{\mu_s \cos \theta_n - \sin \theta_n \sin \phi}{\cos \psi + k_L \mu_s} \right) \left( \frac{1 + k_L \mu_s}{\mu_s} \right)
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

ここに， $p_s$ ：pick-up rate， $k_L$ ：抗力と揚力の比（ $=0.85$ ）， $\psi$ ：河床での流速ベクトルと砂粒子の移動方向とのなす角， $\phi$ ：砂粒の移動方向と主流方向 $s$ -軸（水深平均流速の横断方向流速が0となる方向）とのなす角とする．また，定数 $F_0$ ， $k_2$ ， $m$ は，中川らと同様に0.03，0.7，3を与える．

つぎに，流砂の移動経路に関しては，計算の簡易性から平衡流砂モデルで用いて決定する．つまり，各計算点で求まる流砂量ベクトルからピックアップした砂の移動方向を決定し， $\Delta s$ 間隔で進める．砂の経路の各点は格子点上に進むとは限らない．その場合は，その経路から近い計算点の3点の流砂量ベクトルを内挿することで，移動する方向を決定する．この $\Delta s$ 間隔ごとの経路に流砂をdepositさせる．ここで，pick-upされた点 $j$ から $i$ 個目のdeposit rate  $P_{d(j, i)}$ は，次式により求める．

$$P_{d(j, i)} = p_{s(j)} f_s(s_{(i)}) \Delta s \frac{A_{(j)}}{A_{(i)}} \tag{3.2}$$

$$f_s(s) = \frac{1}{\Lambda} \exp\left(-\frac{s}{\Lambda}\right) \tag{3.3}$$

$$s_{(i)} = i \cdot \Delta s \tag{3.4}$$

ここに， $A_{(j)}, A_{(i)}$ ：それぞれpick-up及びdeposit地点の計算メッシュの面積， $\Delta s$ ：砂粒の移動軌跡の計算ステップ幅， $s$ ：砂粒の移動距離で $s = i \Delta s$ ， $f_s(s)$ ：step-lengthの確率密度関数である．また， $\Lambda$ ：平均step-lengthで，ここでは河床材料の粒径の100倍とする．

上記の手法によって算出したpick-up rate, deposit rateを用いて次式により河床変動計算を行う．

$$\frac{\partial z_b}{\partial t} = A_1 d (p_d - p_s) \tag{3.5}$$

ここに， $A_1$ ：1次元の砂粒形状係数（ $=1.0$ ）である．

### 3.2.3 平衡流砂モデル

平衡流砂モデルでは，各地点での流れの特性からそれぞれ流砂量を決定して河床変動量を計算する．流れ方向の流砂量式には，次式に示す芦田・道上式[15]を3.3の落差工下流部の河床変動解析で用いる．

$$q_{bs} = 17\tau_{*e}^{\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{\tau_{*c}}{\tau_*}\right) \left(1 - \frac{u_{*c}}{u_*}\right) \sqrt{(\sigma/\rho - 1)gd^3} \quad (3.6)$$

ここに， $q_{bs}$ ：流線方向の掃流砂量， $\tau_{*e}$ ， $\tau_{*c}$ ， $\tau_*$ ：それぞれ，無次元有効掃流力，無次元限界掃流力，無次元掃流力， $u_*$ ， $u_{*c}$ ：摩擦速度，限界摩擦速度， $d$ ：流砂の粒径， $\sigma$ ：砂の密度( $\sigma/\rho=2.65$ )である．

3.4の桂川の連続水制部周辺の河床変動解析では，流れ方向の流砂量式として，次式に示す Einstein 型の掃流モデル[16]を適用する．

$$q_{bs} = \frac{A_3}{A_2} p_{s0} \Lambda d \quad (3.7)$$

ここに， $A_2$ ：2次元形状係数， $A_3$ ：3次元形状係数， $p_{s0}$ ：*pick-up rate*である．

また，いずれの適用ケースにおいても流れ方向と直角の方向には次式の長谷川式[17]を適用する．

$$q_{bn} = q_{bs} \left( \frac{u_{nb}}{u_{sb}} - \sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\mu_s \mu_k \tau_*} \frac{\partial z_b}{\partial n}} \right) \quad (3.8)$$

$$u_{nb} = -N_* \frac{h}{r} u_{sb}, \quad (N_* = 8.5) \quad (3.9)$$

ここに， $q_{bn}$ ：流線方向と直角方向の掃流砂量， $(u_{sb}, u_{nb})$ ：河床近傍の流速( $s, n$ )方向成分， $\mu_s$ ， $\mu_k$ ：河床材料の静止摩擦係数(=1.0)，動摩擦係数(=0.5)， $r$ ：曲率半径である．

河床変動の基礎式には，次式で表される流砂の連続式を用いる．

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{z_b}{J} \right) + \frac{1}{1-\lambda} \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{q_{b\xi}}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{q_{b\eta}}{J} \right) \right\} = 0 \quad (3.10)$$

ここに， $z_b$ ：河床高さ， $\lambda$ ：河床材料の空隙率， $(q_{b\xi}, q_{b\eta})$ ：掃流砂量の反変成分である．

### 3.3 落差工下流部の流れと河床変動

#### 3.3.1 計算対象

本節では，Saif等が行った急拡部を有する落差工周辺の流れと河床変動の実験を対象とした数値解析を行う．対象とする水路は，図-3.3に示すように，急拡した一段の落差工を有する水路である．水路幅は0.91 m，落差の高さは0.1 mある．また，落差工の段差以外で水路勾配はゼロである．河床変動計算の際には，水路上流端の $x=0$  mから $x=0.925$  mまで水路全体に厚さ0.01 mの砂を敷き詰めた状態を初期条件として与える．粒径は，実験で使われた砂の平均粒径 $d_{ave}=0.5274$  mmとする．計算格子数は流れ方向に275，横断方向に111とする．粗度係数に関しては，流れの計算のみを対象とするとき0.01とし，河床変動の計算を対象とする場合は0.0125とする．また，今回の計算において砂がある領域とない領域の二つの領域があるが，計算の安定性のため，いずれの領域においても一定の粗度係数を与えることにする．

#### 3.3.2 数値解析手法

数値解析手法には，有限体積法を用いる．時間積分には，Adams-Bashforth法を適用する．移流項の離散化にはQUICKスキームと一次精度の風上差分を流束制限関数minmod limiterにより合わせたものを適用する．この時，従来であれば，流速の内挿にセル境界で平均したものをを用いるが，この方法では，落差工下流部の流れと河床変動を対象とした本解析の計算条件において，河床変動解析を行うと河床変動によって流れの計算に数値振動を引き起こし十分な再現をすることができないことが確認された．そこで，本研究では，流速の内挿を一次精度の風上差分のように内挿することで，流れの安定化を図る．本解析では，砂の存在する領域と存在しない領域が混在する．このため，平衡流砂モ

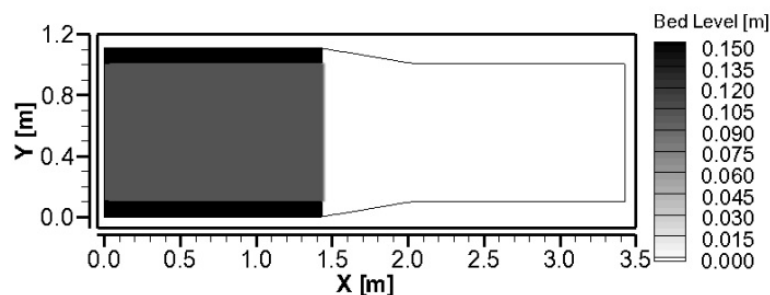


図-3.3 計算対象

デルにおいては，各セルで評価される流砂の収支がそれぞれのセルが保有する流砂量を越えた場合，保有する流砂量だけを流すようにする．また，非平衡流砂モデルでは，各セルの河床高以上の砂のピックアップは，行われないように設定する．

### 3.3.3 再現ケース

まず，Cal-3.1.1において流れのみの計算を行い，実験と比較することで流れのモデルの妥当性を検証する．Cal-3.1.2では平衡流砂モデルを用いた河床変動解析を行い，Cal-3.1.3ではCal-3.1.2と同じ条件で非平衡流砂モデルを用いた河床変動解析を行う．これらCal-3.1.2とCal-3.1.3の結果をSaif等が行った流砂の堆積実験の結果と比較し，各河床変動モデルの妥当性について検証する．また，Cal-3.1.4では，Cal-3.1.3と同様に非平衡流砂モデルを用いた河床変動解析を行うが，移流項の離散化において，流量フラックス $Q^s$ ， $Q^q$ の内挿にQUICKスキームを適用せず，一次精度の風上差分に精度を下げた解析を行う．得られた結果をCal-3.1.3と比較することにより流れの解析における精度の影響について検討する．以上の再現ケースの計算条件等をまとめると，表-3.1のようになる．

### 3.3.4 結果と考察

#### (1) 流れの解析結果と考察

はじめに，流れのみ解析を行ったCal-3.1.1の結果について検証する．図-3.4および図-3.5は，それぞれ実験と数値解析での水位のコンター図を示している．

表-3.1 再現ケース

	解析対象	移流項離散化 ( $u-Q$ の内挿)	流量 ( $\text{m}^3/\text{sec}$ )	下流端水深 (m)	河床変動 モデル
Cal-3.1.1	流れ	upwind-QUICK with limiter	0.01115	0.0188	
Cal-3.1.2	流れと 河床変動	upwind-QUICK with limiter	0.00405	0.0180	平衡流砂 モデル
Cal-3.1.3	流れと 河床変動	upwind-QUICK with limiter	0.00405	0.0180	非平衡流砂 モデル
Cal-3.1.4	流れと 河床変動	upwind-upwind	0.00405	0.0180	非平衡流砂 モデル

実験結果から、急拡部の両側から水路中央に向かって衝撃波が生じていることがわかる。また、この分布は時間的に大きく変化することは確認されなかった。この衝撃波は、数値解析においても再現されていることが確認できる。図-3.6は、それぞれの水路中央での水位をプロットしたものである。実験結果では、 $x=2.2$  m付近で跳水が起き、水位が上昇している。また跳水が起きている位置より下流では、水位が上下に変動していることが確認できる。これに対して、数値解析における水位は、跳水下流での水位の変動は十分には再現できていないが、実験結果に近い値をとっており、跳水の位置もおおよそ一致しており、ある程度の再現性が認められた。

## (2) 河床変動解析結果と考察

ここで、Saif等が行った落差工周辺での流砂の堆積過程に関する実験とCal-3.1.2の平衡流砂モデルによる解析結果及びCal-3.1.3の非平衡流砂モデルによる解析結果を比較することにより河床変動モデルの適用性について検討を行う。Saif等が行った実験における流砂の堆積過程を図-3.7に示す。(a), (b), (c)は河床変動開始から、それぞれ1 min, 5 min, 10 min経過後の土砂の堆積位置を示したものである。河床変動開始から1 min後の段階で衝撃波と跳水部分の付近に沿って砂が堆積し始めることが確認できる。また、跳水部分より下流では、衝撃波と跳水が起こっている部分の境から水路に沿って下流に堆積していることがわかる。河床変動開始から5 min経過後には、跳水付近で堆積した砂が三角形の形状をなしており、跳水より下流の水路の両側では、砂州が発達していることが分かる。さらに、5 minが経過すると、水路中央で三角形の形状に堆積していた砂が、下流で両側の砂州に伸びていくように堆積している事が確認できる。

これに対して、平衡流砂モデルによる解析結果(Cal-3.1.2)として、河床変動計算開始からそれぞれ(a)1 min, (b)5 min, (c)10 min経過後の河床高コンターを図-3.8に示す。河床変動開始から1 min経過後では、衝撃波付近での堆積は

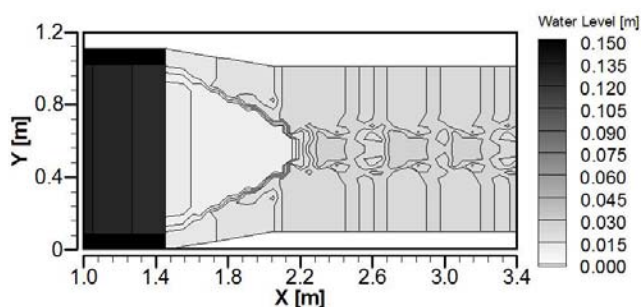


図-3.4 水位コンター図(実験)

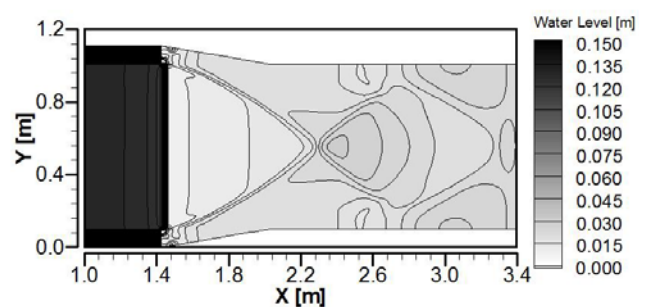


図-3.5 水位コンター図(Cal-3.1.1)

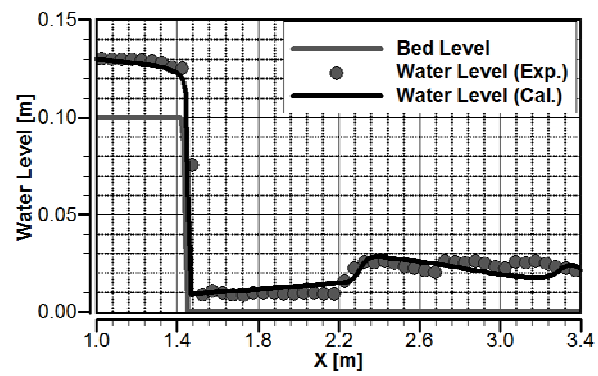
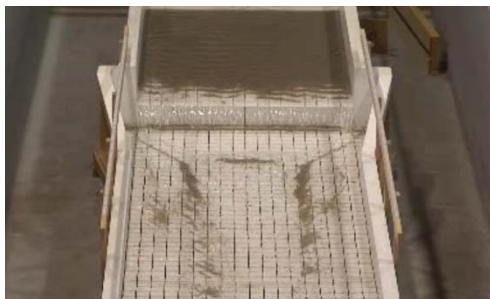
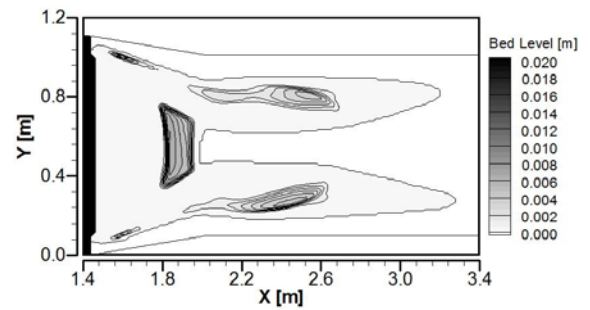


図-3.6 水路中央における水位の比較



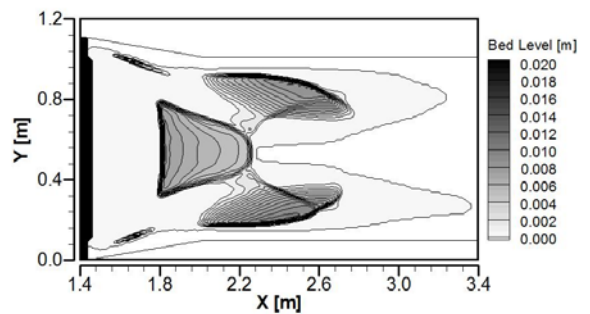
(a) 1min



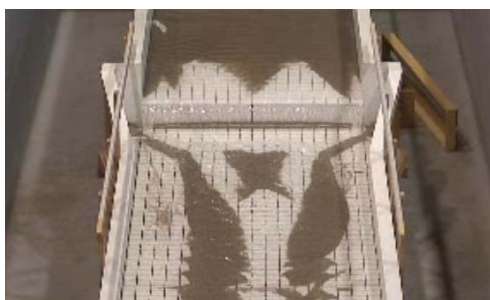
(a) 1min



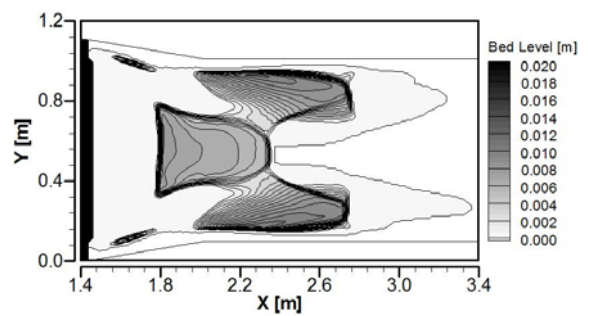
(b) 5min



(b) 5min



(c) 10min



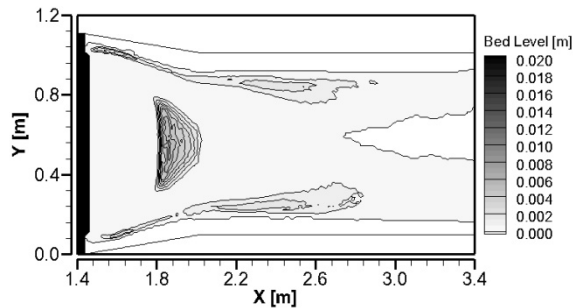
(c) 10min

図-3.7 流砂の堆積過程(実験)

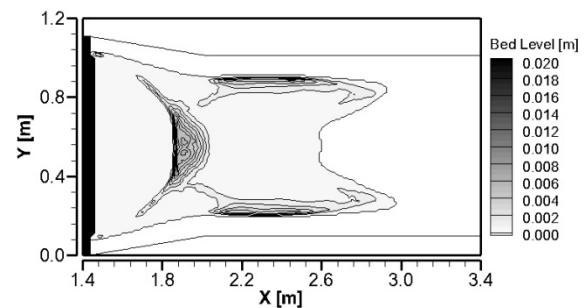
図-3.8 河床高コンター (Cal-3.1.2)

十分ではないものの，水路中央の跳水部分の付近と跳水下流の水路の両側での土砂の堆積位置は実験に近い傾向であることがわかる．しかし，それ以降では，最初に堆積した土砂の位置に集中して土砂の堆積が進行し，実験での堆積過程を十分に再現することはできなかった．この原因として，今回の実験対象において土砂が存在する領域と存在しない領域があり，このような境界付近などでは，非平衡領域が存在し，平衡流砂モデルでは過度の流砂量を評価してしまうためと考えられる．また，土砂の移動過程が流れを組み込んでいないことも十分に再現できなかった原因と考えられる．

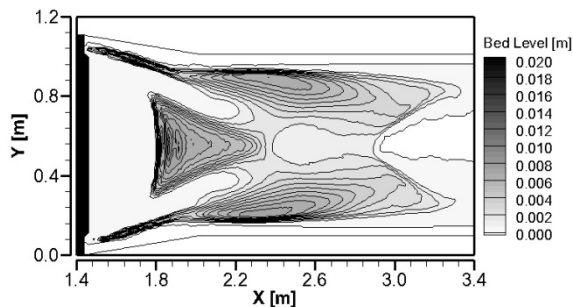
つぎに，非平衡流砂モデルによる解析結果(Cal-3.1.3)を図-3.9に示す．河床変動計算開始から1 min経過後は，実験と同様に衝撃波と跳水付近での堆積し，



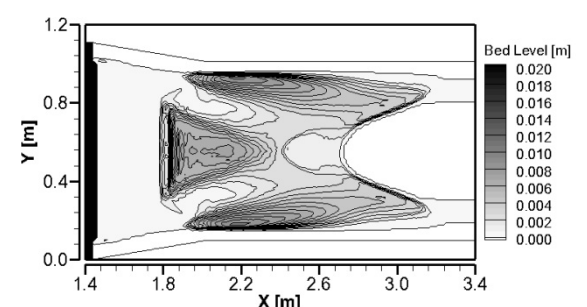
(a) 1min



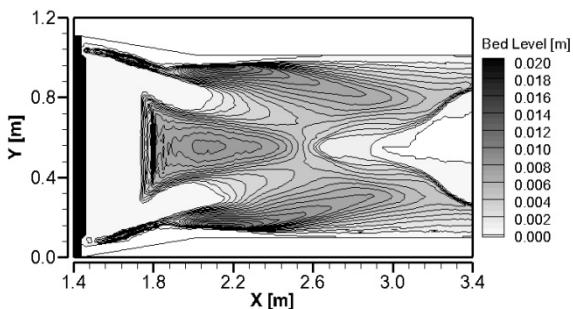
(a) 1min



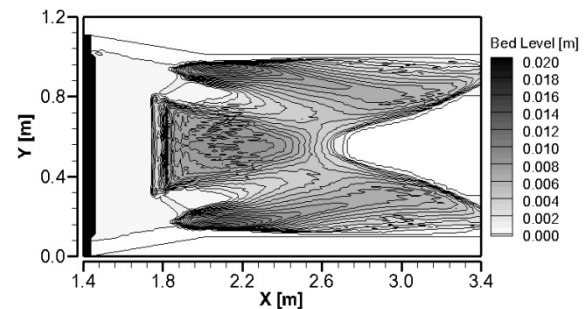
(b) 5min



(b) 5min



(c) 10 min



(c) 10 min

図-3.9 河床高コンター(Cal-3.1.3)

図-3.10 河床高コンター(Cal-3.1.4)



急拡部より下流域での堆積が確認できる．河床変動開始から5 min経過後には，実験で確認された様に，水路中央で土砂が三角形の形状に堆積しているのが再現できている．また，急拡部下流での水路両側の砂州も実験に近い堆積をしている．河床変動開始から10 min経過後には，水路中央に堆積した土砂が下流方向へと伸び，水路両側の砂州も発達している．これらのように，非平衡流砂モデルでの解析は，実験に近い土砂の堆積過程を再現できていることがわかる．このことから，非平衡流砂モデルの方が平衡流砂モデルよりも比較的正確に河床変動を再現していることが確認された．つまり，この急拡部を伴う落差工下流における砂州の形成過程において，非平衡性の影響が大きいことがわかる．この非平衡流砂モデルの結果を用いて，落差工の下流における土砂の堆積がどのようにして進行したかについて検討する．まず，Cal-3.1.4による流れの解析精度を落とした場合の解析結果を図-3.10に示す．先ほど示したCal-3.1.3による解析結果に比べて，河床変動解析開始から1 min経過した時点で少し異なることが分かる．Cal-3.1.4での解析では，水路急拡部分での土砂の堆積が進行していないという点である．河床変動計算開始から5 min経過後には，Cal-3.1.4においても水路中央部分で堆積する土砂が三角形の形に堆積する現象は再現されているものの，急拡部での砂州の形成は十分には再現できていないことが確認できる．さらに5 min経過後も急拡部では砂州の堆積が確認できなかった．もうひとつ異なる点は，急拡部より下流で形成される砂州が流れ方向に比較的伸びた形で形成されている点である．これも初期の段階からこの傾向が確認できる．これらの原因を明らかにするために，Cal-3.1.4における河床変動開始初期における水位の分布，流速ベクトル図，流砂の移動経路，無次元掃流力の分布をそれぞれ図-3.11から図-3.14に示す．いずれの図においても水路中央線に対してほぼ対称に分布していることがわかる．また，河床変動中での水位や流速の分布等に大きな変動がないことが確認できる．水位の分布からわかるように，落差工下流で跳水が発生し，その付近で水位が高くなっている．また，流速ベクトル図から，この付近で流速が急激に小さくなっている．これらのことから，無次元掃流力が跳水部分で急激に下がっており，三角形に近い形でこれが小さい領域で分布していることが確認できる．さらに，流速ベクトル図からわかるように，急拡部で衝撃波が生じ，これによって流れ方向が水路中央に向かっていく．このため，流砂の移動経路は水路中央に集中していることがわかる．また，水路中央で堆積した砂は移動せずに，流砂移動経路のない白い領域で三角形の形状になっていることが確認できる．これらによって水路中央で土砂が堆積していく傾向にあることがわかる．また，水路中央に堆積した土砂は下流方向に向かって，比較的まっすぐと移動している．Cal-3.1.4での急拡部下流での砂州の形成が比較的下流方向に伸びて細く堆積しているのは，このため

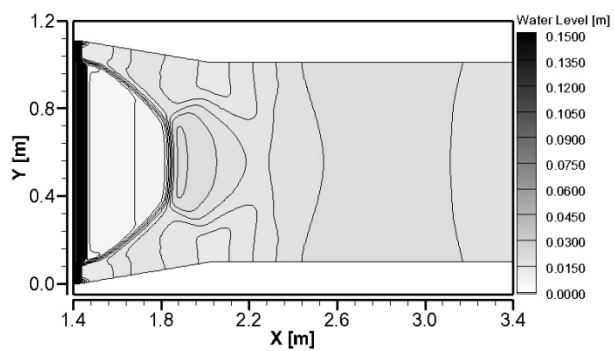


図-3.11 水位分布 (Cal-3.1.4)

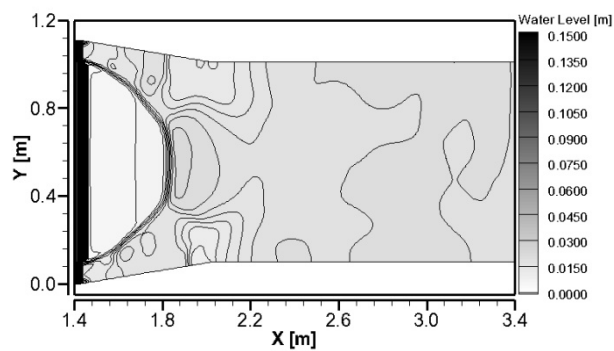


図-3.15 水位分布 (Cal-3.1.3)

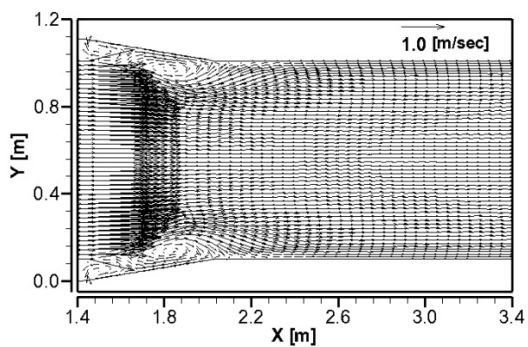


図-3.12 流速ベクトル図 (Cal-3.1.4)

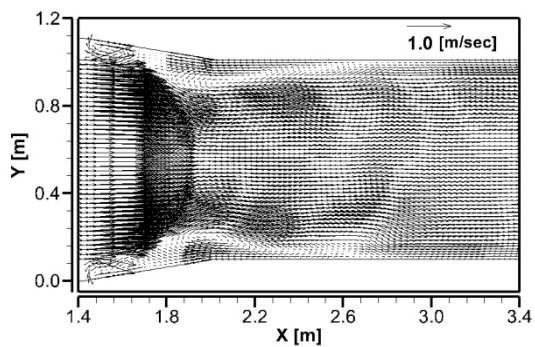


図-3.16 流速ベクトル図 (Cal-3.1.3)

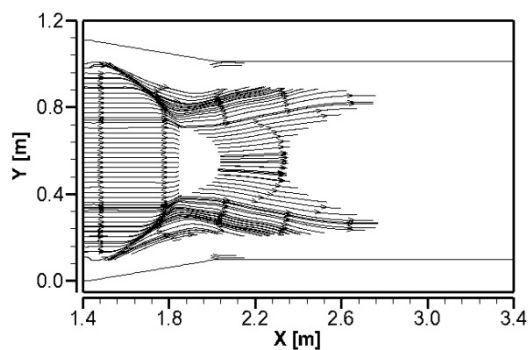


図-3.13 流砂の移動経路 (Cal-3.1.4)

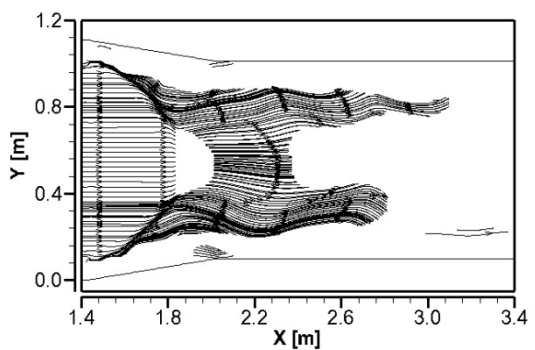


図-3.17 流砂の移動経路 (Cal-3.1.3)

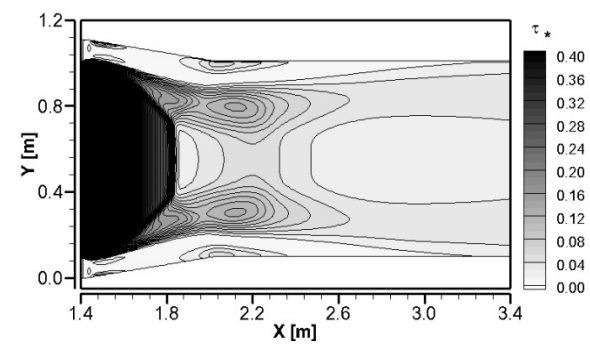


図-3.14 無次元掃流力の分布  
(Cal-3.1.4)

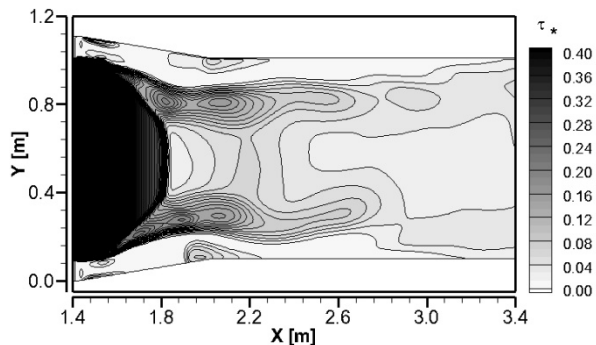


図-3.18 無次元掃流力の分布  
(Cal-3.1.3)

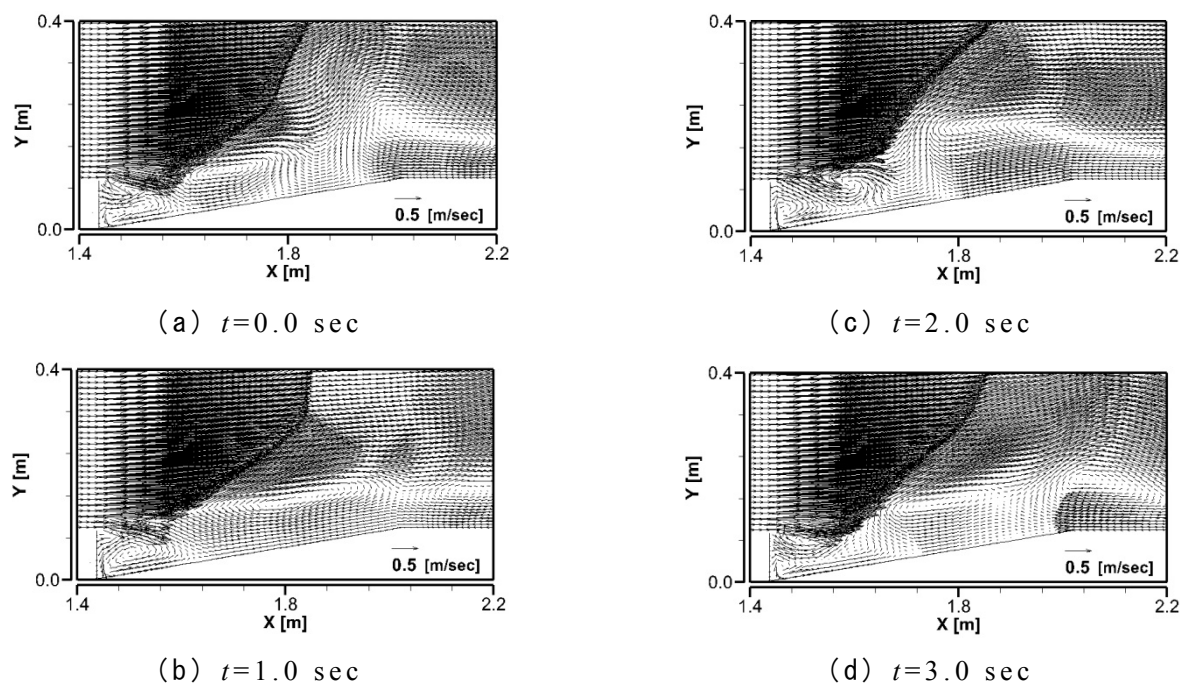


図-3.19 急拡部分における流速ベクトル図 (Cal-3.1.3)

である．これに対して，Cal-3.1.3における河床変動開始初期における水位の分布，流速ベクトル図，流砂の移動経路，無次元掃流力の分布をそれぞれ図-3.15から図-3.18に示す．先ほどのCal-3.1.4に比べて，水路中央線に対して非対称に水位や流速が分布しており，これらの分布が水路の両側に変動しながら流れていることが確認された．このような変動は，図-3.19に示すような急拡部分での流れによってもたらされている．これらの図は，1秒間隔ごとの流速ベクトルの変化を示したものであり，衝撃波付近で循環流が形成され，それが下流に移動し，また新たな循環流が上流側で形成されていくのが確認できる．これは，急拡部分においての流速の横断分布が大きく変化することによって形成された，せん断不安定渦と考えられる．このような，せん断不安定渦が，Cal-3.1.4で確認できなかったのは，移流項の差分精度が低かったためと考えられる．

Cal-3.1.3での水位の分布と流速ベクトル図は，Cal-3.1.4に比べて非対称である以外は，値の大きさが大きく異なるといったことはなかった．しかし，無次元掃流力の分布は，非対称であるだけでなく，水路の両側で無次元掃流力の値が比較的低くなっている領域が，水路中央側に広がっていることが確認できる．これが，水路両側の砂州の堆積を促進させる要因の一つと考えられる．また，図に示すように，流砂の移動経路が，せん断不安定渦により横断方向に変動しながら輸送されるため，水路の両側の比較的広い範囲に土砂が輸送されていくことも水路両側の砂州の発達に大きく影響を与えていると言える．これらからわかるように，この落差工下流域での河床変動は，急拡部で生じる流れの特性

が大きく影響を与えており，落差工によって生じた跳水，衝撃波だけでなく，せん断不安定渦もこの特徴的な河床形状を形成する上で大きな役割を果たしているといえる．

### 3.4 桂川の連続水制部周辺の流れと河床変動

#### 3.4.1 計算対象

本節では，桂川の連続水制部周辺の流れと河床変動の数値解析を行う．計算対象とする領域は，図-3.20の赤の四角で囲まれた松尾橋からやや下流の水制が設置されている湾曲部である．図-3.21は，3次元サイドスキャンソナーで計測された桂川の河床高コンター図である．この図から，外岸側の水制の周りで全体的に河床が低下している．これに対して内岸側は，外岸側に比べて河床が高くなっている事がわかる．また，特に点線で囲まれた水制と水制の間で顕著な河床低下がみられることがわかる．ここでは，この河床形状がどのように形成されていくかを検討するために，前述の数値解析モデルによる解析を行う．計算格子には境界適合格子を用い，主流方向については320メッシュ，横断方向については110メッシュの320×110とする（図-3.22参照）．河床変動解析の際に，水制部周辺で河床がどのように変化していくかをみていくために，図-3.23に示すような低水路を平坦とした初期条件を与える．河床材料の粒径は，対象領域における代表粒径（河床材料の粒径加積曲線の60%通過粒径）である40 mmとする．

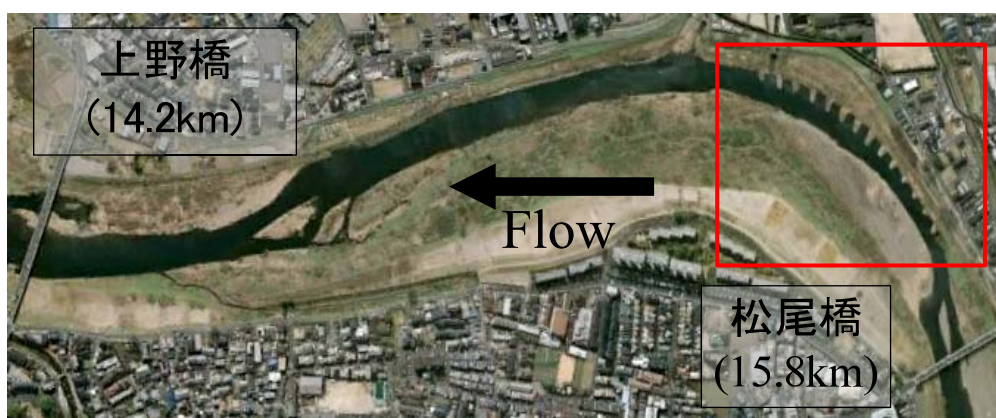


図-3.20 計算対象領域

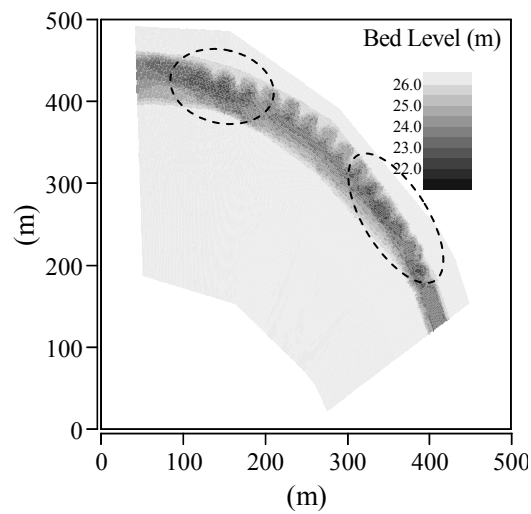


図-3.21 計測による河床コンター

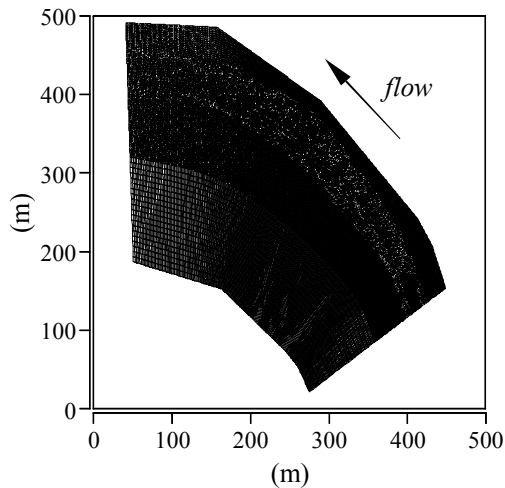


図-3.22 計算格子

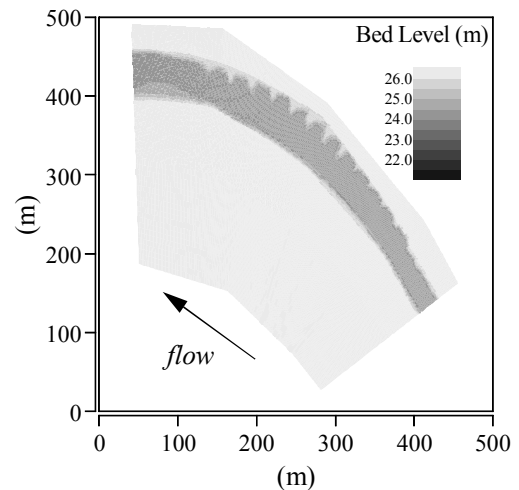


図-3.23 初期河床

### 3.4.2 再現ケース

本章での再現ケースを表-3.2に示す．Cal-3.2.1，Cal-3.2.2では，平衡流砂モデルを，Cal-3.2.3，Cal-3.2.4では，非平衡流砂モデルを適用しそれぞれのモデルを比較するとともに， $300 \text{ m}^3/\text{s}$ と $500 \text{ m}^3/\text{s}$ の2ケースの一定流量を与え，流量の違いによる水制周りの河床変動の特徴について検討する．

### 3.4.3 結果と考察

まず，平衡流砂モデルによって得られた河床変動解析結果について示す．図-3.24は，Cal-3.2.1の河床変動計算開始から一時間後の河床コンター図である．この図からわかるように，上流部分を除けば，全体的に水制の先端で河床が低

表-3.2 再現ケース

	河床変動モデル	流量 (m <sup>3</sup> /s)
Cal-3.2.1	平衡流砂モデル	300
Cal-3.2.2		500
Cal-3.2.3	非平衡流砂モデル	300
Cal-3.2.4		500

下している。上流側の河床では、堆積と洗掘が交互に繰り返されており、大きく凹凸した河床形状が表れている。図-3.25は、Cal-3.2.2の河床変動計算開始から一時間後の河床コンター図である。こちらでは、全体的に水制の周りで全体的に低下しており、またCal-3.2.1よりも全体的に凹凸した河床形状が表れた。計測した河床コンターでは、このような凹凸した河床形状が確認できないことから、数値計算上の何らかの問題があると考えられる。平衡流砂モデルでは、式(3.10)の河床変動の基礎式からわかるように、流砂量の勾配によって河床変動量が計算される。ここで対象とするような水制部周辺などの流速が大きく変化するような局所的な流れ場では、底面せん断力も空間的に大きく変化するため、流砂量勾配が大きくなる傾向がある。そのため、水制周りで、過度に堆積と洗掘を起こし、河床形状の凹凸が表れたと考えられる。また、このモデルでは、非平衡領域を考慮されていないことから、水制周辺の流砂量を正しく評価できていないことも、河床形状の凹凸の要因となったと考えられる。

つぎに、非平衡流砂モデルを適用した場合の結果を示す。図-3.26、図-3.27は、それぞれCal-3.2.3、Cal-3.2.4の河床変動計算開始から二時間後の河床コンター図である。これらの図からわかるように、平衡流砂モデルのような凹凸した河床形状は確認されなかった。流量が少ないCal-3.2.3の結果では、平衡流砂モデルによるCal-3.2.1の解析結果と同様、上流側では水制周辺で、下流側では水制の先端部での河床低下が見られた。これに対して、流量の多いCal-3.2.4の解析結果では、下流側の水制でも水制周辺の河床低下がみられ、水制と水制の間でも河床が低下していることが確認された。このCal-3.2.4の河床形状の特徴は、計測した河床形状にも比較的に近いものである。このことから、以降では、実計測に比較的近い河床形状の再現できた非平衡流砂モデルによるCal-3.2.3とCal-3.2.4の解析結果について、さらに検討する。

図-3.28、図-3.29はそれぞれCal-3.2.3とCal-3.2.4の時の初期状態での無次元掃流力の分布である。Cal-3.2.3では、上流側の水制部周辺で大きな値をとっているが、下流側の水制部周辺では比較的小さな値となっている。これに対して、流量の多いCal-3.2.4では、全体的に無次元掃流力が増加しており、下流側の水

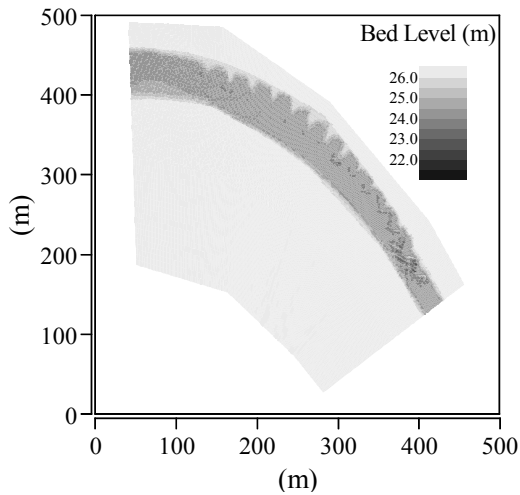


図-3.24 河床高コンター  
(Cal-3.2.1)

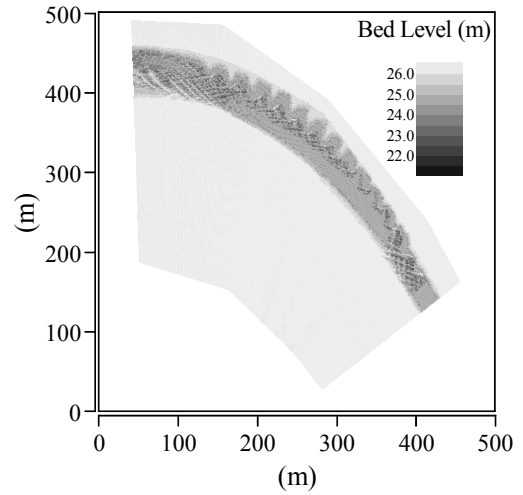


図-3.25 河床高コンター図  
(Cal-3.2.2)

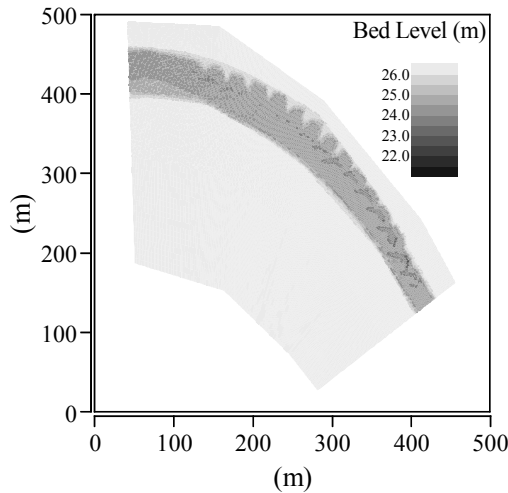


図-3.26 河床高コンター図  
(Cal-3.2.1)

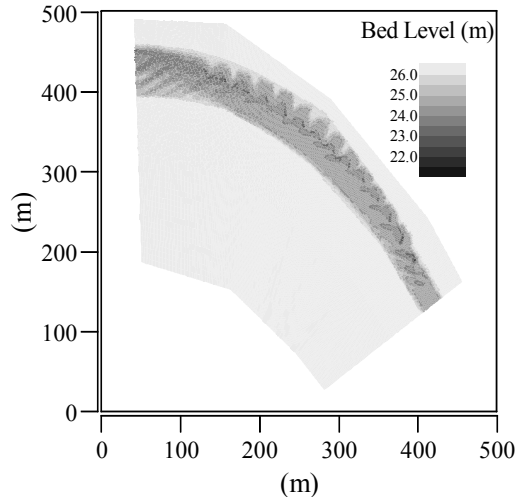


図-3.27 河床高コンター図  
(Cal-3.2.2)

制周辺では大きな値となっていることが確認できる．図-3.30，図-3.31は，初期における水制部周辺の *pick-up rate* を示したものである．この図から，Cal-3.2.3では，水制部先端周辺(点A,C,E,H,J)で比較的に砂が *pick-up* されており，上流側の水制間(点B,D,F)を除けば，水制間(点G,I)ではあまり *pick-up* されていないことがわかる．これに対して，Cal-3.2.4では下流側の水制間でも *pick-up rate* が大きくなっている．これは，先ほど示した無次元掃流力の増加によるものである．このことから，比較的大きな流量がなければ，下流の水制の間にある砂は，*pick-up* が抑えられることがわかる．図-3.32，図-3.33は，Cal-3.2.4において，水制間(点B,G)で初期に *pick-up* された砂がどのような経路で *deposit* していくかを示したものである．これらの図から，水制の間にあった砂は，*pick-*



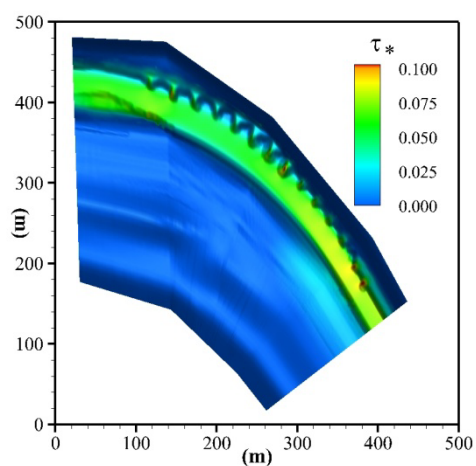


図-3.28 初期の無次元掃流力の分布  
(Cal-3.2.3)

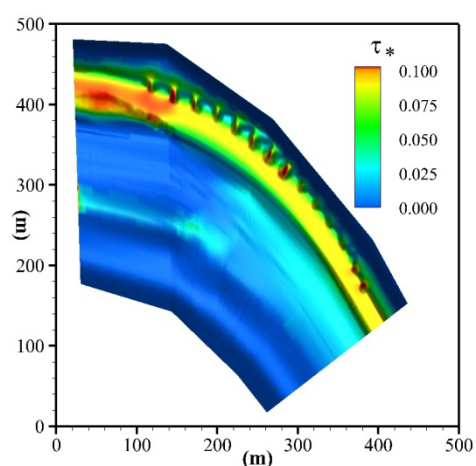


図-3.29 初期の無次元掃流力の分布  
(Cal-3.2.4)

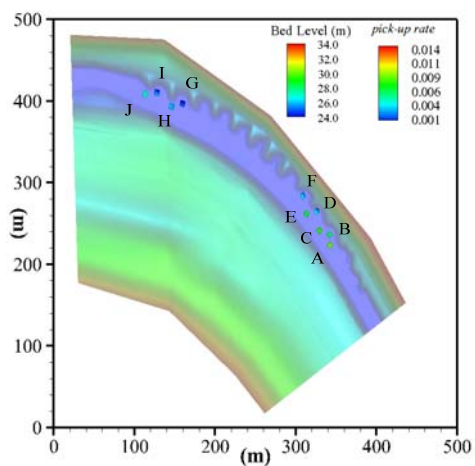


図-3.30 初期のpick-up rate  
(Cal-3.2.3)

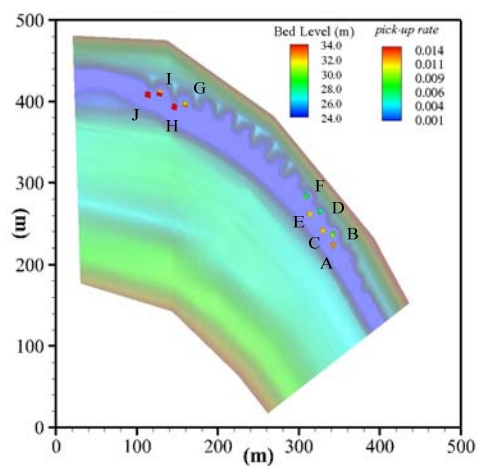


図-3.31 初期のpick-up rate  
(Cal-3.2.4)

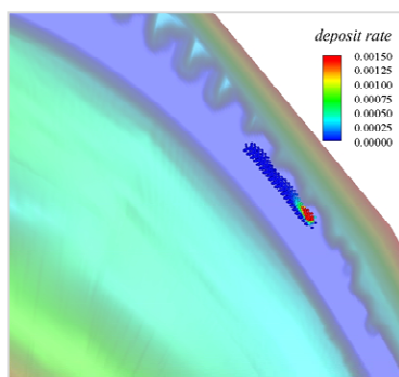


図-3.32 点Bにおけるdeposit rate  
(Cal-3.2.4)

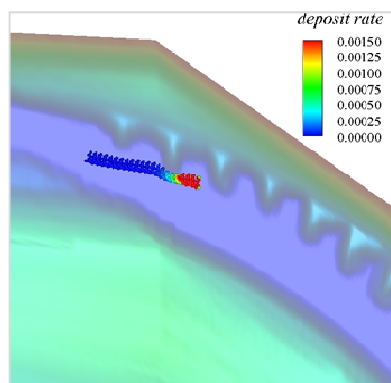


図-3.33 点Gにおけるdeposit rate  
(Cal-3.2.4)



upされると下流の水制間に入ることなく下流へ移動していくことが確認できる。つまり、水制と水制の間の領域では、上流からの流砂の供給があまりないことわかる。このことから、水制と水制の間での河床低下には、流量増加による *pick-up rate* の増加だけでなく、供給される流砂が少ないことも大きな要因の一つであると言える。

以上のように、桂川の連続水制部周辺を対象とし、流量の異なる2ケースの非平衡流砂モデルによる解析を行った結果、上流側では、比較的流量が少ない場合でも、水制周辺部での河床低下がみられたのに対して、下流側にある水制と水制がはさむ領域では、流量がある程度大きくならなければ、河床変動が起こらないことが確認された。また、水制間の河床低下には、流量の増加だけでなく、上流からの流砂の供給が少ないことも起因していることがわかった。

### 3.5 まとめ

本研究では、急拡部を有する落差工下流部と桂川の連続水制部周辺の二つを対象とし、流れに一般曲線座標系での水深積分モデル、河床変動に平衡流砂モデルと非平衡流砂モデルを用いて解析を行った。得られた結論を以下にまとめる。

#### 落差工下流部の流れと河床変動

- 流れの解析において、今回用いたスキームでも落差工下流での衝撃波と跳水を再現することができ、ある程度実験に近い結果を得ることができた。
- 平衡流砂モデルによる河床変動解析は、初期の段階では、実験に近い結果を得ることができたが、時間の進行とともに実験の傾向と大きく異なる結果となった。
- 非平衡流砂モデルにおいては、落差工下流での土砂の堆積過程が実験と近い傾向を示し、平衡流砂モデルよりも優位性があることが確認された。
- 非平衡流砂モデルによる解析結果から、今回対象とした実験条件において、跳水と衝撃波だけでなく、急拡部分で生じるせん断不安定渦が、落差工下流での砂州の形成に大きく影響を与えていることが明らかになった。

#### 桂川の連続水制部周辺の流れと河床変動

- 平衡流砂モデルによる河床変動解析は、流れの変化の大きい水制部周辺で堆

積と洗掘が交互に繰り返され、凹凸した河床形状となり、十分な解析結果を得ることができなかった。

- 非平衡流砂モデルでは、平衡流砂モデルで表れた凹凸した河床形状が発生することなく、実計測に比較的近い特徴をもつ河床形状を再現することができた。
- 非平衡流砂モデルによる解析結果において、流量が少ないケースでは、上流側での水制部周辺で河床低下が見られたが、下流側では、比較的河床低下が抑えられていた。
- 流量の増加に伴い、下流側の水制部周辺でも河床低下が起こることが確認された。また、水制間での河床低下は、底面せん断力の大きさだけでなく、上流側からの流砂の供給がないことも大きな要因であることが、流砂の移動経路から確認された。

## 参考文献

- [1] 白井秀和, 細田尚 : 急拡部を有する落差工下流での河床変動を対象とした数値解析, 応用力学論文集 A2 (応用力学), 土木学会, Vol.15, pp. I\_601-608, 2012.
- [2] Saif, A., Hosoda, T., Onda, T., and Shigemitsu, R. : Relation between sand bar formation and the habitat of "Kamogawa Chidori" in the Kamo River, Kyoto. *River, Coastal and Estuarine Morphodynamics*, RCEM2009, pp.549-554, 2009.
- [3] Shirai, H., Onda, S. and Hosoda, T. : Numerical simulation of bed deformation around spur dikes in Katsura River, Kyoto, Proc. of 7th IAHR Symposium on River, *Costal and Estuarine Morphodynamics:RCEM2011*, pp994-1000, 2011.
- [4] 福岡捷二, 西村達也, 岡信昌利, 川口広司 : 越流型水制周辺の流れと河床変動, 水工学論文集, 第42巻, pp.997-1002, 1998.
- [5] 大本照憲, 平川隆一, 井手賢正 : 越流型水制群に対する2次流と流砂の応答, 水工学論文集, 第42巻 pp.1003-1008, 1998.
- [6] 大本照憲, 平川隆一, 渡邊訓甫 : 非越流型水制の向きが河床変動と流れに及ぼす影響, 応用力学論文集, Vol.8, pp.875-882, 2005.
- [7] 水谷英明, 中川一, 川池健司, 馬場康之, 張浩 : 非越流・不透過型水制周辺の局所洗掘および粒度変化に関する研究, 水工学論文集, 第55巻, pp.829-834, 2011.
- [8] 松本大三, 富永晃宏, 石川光雄 : 越流型水制群を用いた河床変動創出に及ぼす透過性の影響, 水工学論文集, 第52巻, pp.637-642, 2008.
- [9] 福岡捷;西村達也, 高橋晃, 川口昭人, 岡信昌利:越流型水制工の設計法の研究, 土木学会論文集, No. 593/II-43, pp.51-68, 1998.
- [10] 大槻英樹, 芦田和男, 荒巻浩, 劉嫡義, 藤田暁 : 河道湾曲部における水制機能の予測手法, 第4回河道の水理と河川環境に関するシンポジウム論文集, pp.35-40, 1998.
- [11] Peng, J., Tamai, N., Kawahara, Y., and Huang, G.W. : Numerical modeling of local scour around spur dikes, *Proc. 28th Congr. of IAHR*, E10, 1999.
- [12] 道上正規, 檜谷治 : 水制周辺の平面2次元河床変動計算に関する研究, 水工学論文集, 第36巻, pp.61-66, 1992.
- [13] 長田信寿, 細田尚, 村本嘉雄, 中藤達昭 : 3次元移動座標系・非平衡流砂モデルによる水制周辺の河床変動解析, 土木学会論文集, No.684/ II-56, pp.21-34, 2001.
- [14] Nagata, N., Hosoda, T. and Muramoto, Y. : Numerical analysis of river channel processes with bank erosion. *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE,

126(4), 243-252, 2000.

- [15] 芦田和男，道上正規：移動床流れの抵抗と掃流砂量に関する基礎的研究，土木学会論文報告集，第206号，pp.59-69, 1972.
- [16] Einstein, H. A.: Formulas for the transportation of bed load, Trans. ASCE, Paper No.2140, pp.561-597, 1942.
- [17] 長谷川和義：沖積蛇行の平面および河床形と流れに関する水理学的研究，学位論文，1984.
- [18] 中川博次，辻本哲郎，村上正吾：側岸における非平衡流砂過程，第29回水理講演会論文集，pp.561-566, 1985.

## 第4章 動的平衡に着目した転波列の水理学的特性

### 4.1 概説

転波列は，急勾配水路で見られる開水路非定常流の一つであり，図-4.1に示すように，波列を形成しながら流れる現象である．この現象は，水だけでなく，急斜面を流れる土石流でも見られ，その特性を明らかにしておくことは工学的に有用である．

転波列に関する研究は，古くはCornish[1]の観測にはじまる．Cornishは，スイスのメルリゲンにある水路で，転波列流れを観測するとともに，流速や波速等を簡易的に計測した．また，彼は，転波列の発生には，摩擦が大きく起因し，この点でボアとは異なると指摘している．その後，転波列の研究は，その発生限界に関する研究が大きなテーマのひとつとして活発に議論されるようになった[2,3,4,5,6]．その中でも，Vedernikov[5,6]による線形安定解析が良く知られている．Vedernikovは，等流状態の一樣水路の流れを対象とした線形安定解析により，Vedernikov数（キネマティックウェーブとダイナミックウェーブの



(a) 桂坂(京都)(2011: 著者)



(b) 徳山ダム(岐阜)(2012: 岸田)

図-4.1 転波列流れ

比) が1以上で流れが不安定となることを示している．一方で，波高，波長，波速などの転波列の水理学的特性に関する議論もいくつかされており，その発達過程や平衡状態について実験や理論解析がなされている[7,8,9,10]. この中でも，平衡状態での転波列の特性を検討していく上で有効なものとして，Dressler[7]による数学的解析法が挙げられる．Dresslerは，平衡状態での転波列が，波速，波形が一定で変化しないという仮定の下で，衝撃条件を用いて不連続の周期解を導出している．この解析方法では，波形を求める際に，波速を与える必要があり，平衡状態での波長を特定することができないことが示されている．これに対して，石原・岩垣・岩佐[8,9]は，Dresslerの方法を展開し，基礎式の運動方程式に運動量補正係数 $\beta$ を加え，層流に対して1.2，乱流に対して1.05を与え，それぞれの転波列の特性について検討を行っている．ここでの解析方法では，勾配と流量を与えることにより，波形が一意に決まり，実験との比較により，両者が良く一致することを示している．これらの解析解は，平衡状態で，転波列の波長と波高が一定となるという仮定の下，展開したものである．しかし，転波列が平衡状態で一つの波形となるか，定かではない．また，室内実験では，水路の長さに限界があるため，平衡状態となった転波列を観測することは難しく，例えば，Brock[11]は，約40 mとなる比較的長い水路を用いた転波列流れの室内実験を行い，波長を計測しているが，波長は流下方向に増大しており，転波列流れは発達過程にあり，平衡状態となった転波列を観測するに至っていない．こういった点で，平衡状態での転波列が一意の波形に決まるかは明確ではなく，その特性は，まだ十分には明らかにされていないと言える．

本研究では，転波列は平衡状態において，一意の波形になるとは限らず，様々な波形を持つ動的平衡状態となると考え，この点に着目し，実験，数値解析，

理論解析を通して、その特性について検討する。

まず、4.2で、一様水路を流れる転波列を対象とした実験を行う。流下方向での波形、波長の変化を計測することで、転波列の発達過程での特性を見る。

4.3では、運動量補正係数 $\beta$ を1.0とした浅水流方程式を用い、一次元数値解析を行う。転波列が平衡状態となるように、十分に長い水路とし、水理条件は実験と同様のものとする。得られた解析結果から平衡状態での転波列の特性に関する検討を行う。この時、十分下流で発達した転波列が動的平衡状態となることを示す。また、同様の水理条件の下で、上流端で一定周期の擾乱を与えた解析を行う。与える周期を変化させることで、平衡状態での転波列の波長等がどのように変化していくかについて検討する。

4.4では、4.3の数値解析結果を踏まえ、平衡状態にある転波列の特性についてさらに検討するために、 $e^{i\theta}$ の多項式で表した擾乱の時間発展式を誘導する。得られた擾乱の時間発展式を数值的に解くことで、平衡状態での転波列の波高・波長等の特性について検討する。このとき、 $e^{2i\theta}$ 以上の項を考慮すると、その相互作用により、安定した波形が得られる波長の範囲が表れることを示すとともに、その特性について転波列の発達過程の観点から検討する。

最後に、本章で得られた結論を4.5にまとめる。

## 4.2 転波列を対象とした室内実験

### 4.2.1 実験概要

ここでは、水路長30 mの一定勾配水路を用いた転波列流れの実験を行う。用いる水路は、一定勾配 $\tan\theta=9.7\times10^{-2}$ 、水路幅0.1 mであり、この水路の上流端から、 $Q=5.4\times10^{-4}$  m<sup>3</sup>/secの一定流量の水を流し、転波列流れを再現する。図-4.2に示すように、上流端から1 m下流の地点にポイントゲージ、点A～点Dにビデオカメラを設置する。この上流に設置したポイントゲージにより、等流水深を計測し、点Aから点Dのカメラの映像から、通過する波の数や水位変動を読み取り、転波列の波形の空間発展を観察する。

### 4.2.2 実験結果

上流域では、転波列がまだ形成されておらず、水位変動がほとんど無く、ポイントゲージで水深を計測したところ、 $5.6\times10^{-3}$  mとなった。ここでの実験条

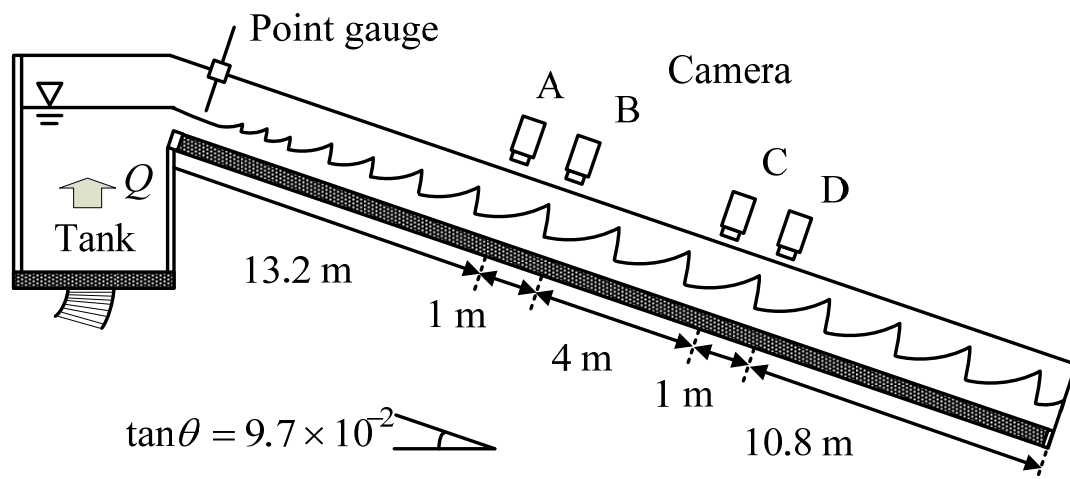


図-4.2 実験水路

件での等流水深を次式により算出したところ  $5.8 \times 10^{-3}$  m となり，上流域では，ほぼ等流状態であることが確認された．

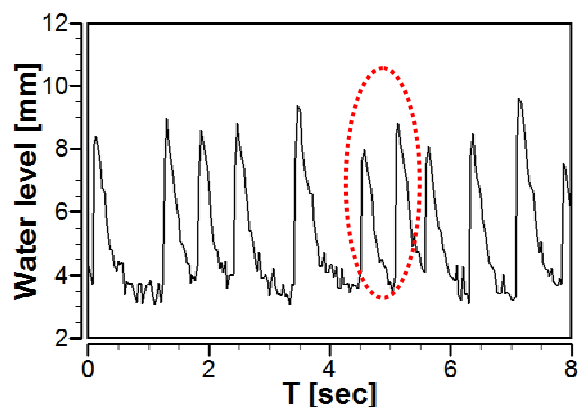
$$h_0 = \left( \frac{nQ}{BI^{1/2}} \right)^{3/5} \cdot \left( 1 + \frac{2h_0}{B} \right)^{2/5} \quad (4.1)$$

ここに， $h_0$ ：水深， $Q$ ：流量， $B$ ：水路幅， $I$ ：勾配である．また， $n$ ：マンニングの粗度係数であり，0.01とする．

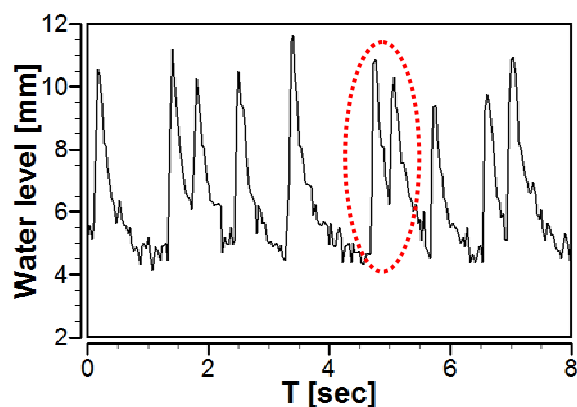
また，得られた等流水深により，この実験でのフルード数は4.1となった．

図-4.3は，点Aから点Dでの水位の時間経過を示したものである．ここで，それぞれの図における一つ目の波は，いずれも同一の波である．この図から，下流方向での波形の変化が見ることができ，赤い点線の丸で囲まれた二つの波が下流に進むにつれて重なり合い，波同士が合体していくことが確認できる．これは，転波列の発達過程で見られる現象であり，この波は，その後，一つの波として下流へと流れていく．点Aと点Dでの60 secの間に通過する波の数を確認したところ，点Aでは114であるのに対して，点Dで通過する波の数は95となり，波の数が下流で減少した．また，点AB間と点CD間を通過する波の平均的な速度を算出することにより，それぞれの区間の平均波長を求めたところ，点AB間では1.01 m，点CD間では1.30 mとなり，下流で波長が長くなった．これは，先ほど示した波の合体によるものであり，この波同士の合体が繰り返されるのであれば，下流に進むにつれて波の数は単調的に減少し，波長は単調的に長くなっていくと考えられる．しかし，今回の実験条件では，これについて検討するには十分な水路長さがないので，つぎの節の数値解析により，さらに下流での転波列の発達過程，また平衡状態での転波列について検討する．

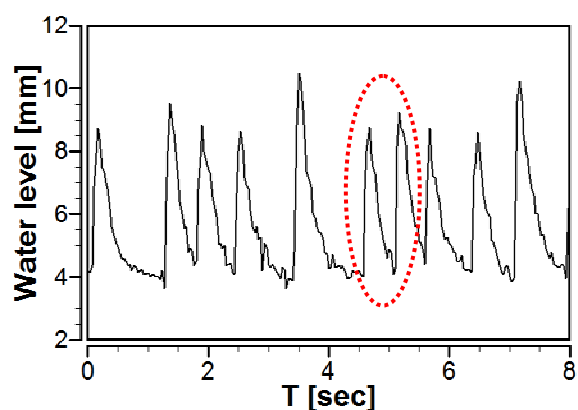




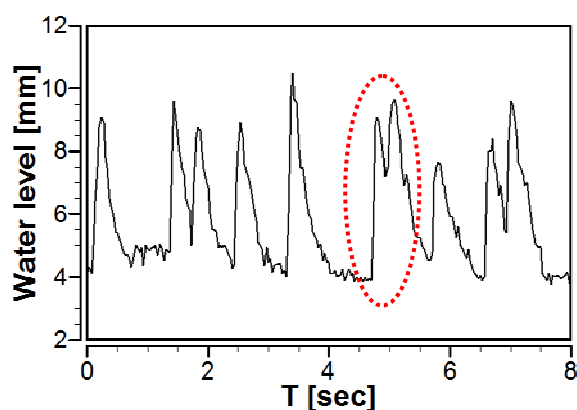
(a) 点 A



(c) 点 C



(b) 点 B



(d) 点 D

図-4.3 水位の時間経過

## 4.3 転波列を対象とした数値解析

### 4.3.1 擾乱を与えない場合

#### (1) 数値解析概要

ここでは、上で行われた実験の水理条件下で、転波列の一次元数値解析を行う。用いる基礎式を次式に示す。

$$[\text{連続式}] \quad \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (4.2)$$

$$[\text{運動量方程式}] \quad \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial uQ}{\partial x} + gA \frac{\partial h}{\partial x} = gA \sin \theta - gA \frac{\tau_{bx}}{\rho g R} \quad (4.3)$$

ここに、 $t$ : 時間,  $x$ : 空間座標,  $A$ : 流水断面積,  $Q$ : 流量,  $u$ : 流速,  $g$ : 重力

加速度， $z_s$ ：基準水面からの水位， $R$ ：径深， $\tau_{bx}$ ：路床に作用する応力ベクトルの $x$ -方向成分， $\rho$ ：密度である．

底面せん断応力は，次式のマニング則を用いて評価する．

$$\frac{\tau_{bx}}{\rho} = \frac{gn^2|u|}{R^{1/3}} \quad (4.4)$$

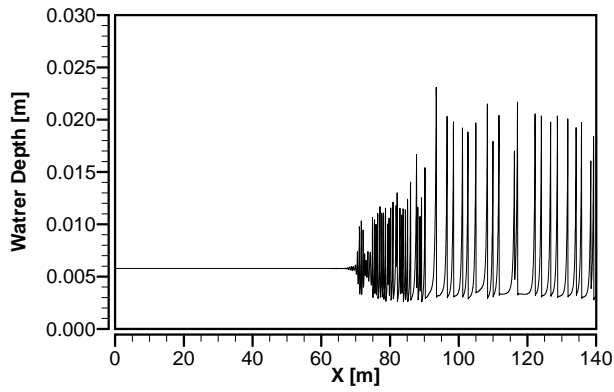
ここに， $n$ ：マニング粗度係数である．

数値解析法として有限体積法を適用し，変数配置はスタッガードスキームとする．移流項の離散化には，QUICKスキーム[12]と一次精度の風上差分とをリミター関数のminmod limiter[13]によってハイブリッドにする．

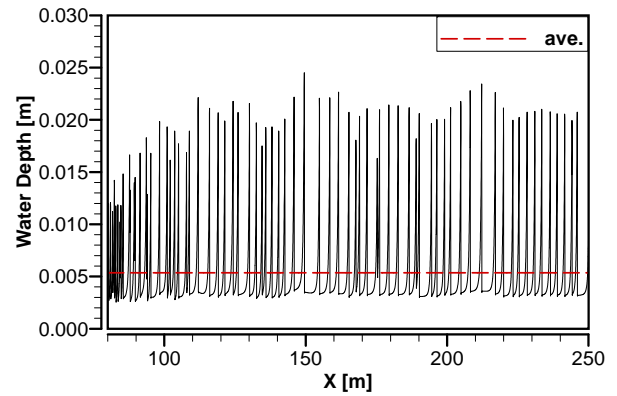
対象とする水路は，計算格子数50000，格子幅0.02 mとして，水路の長さを1000 mとし，水路勾配と水路幅は実験と同様， $\tan\theta=9.7\times10^{-2}$ ，0.1 mとする．この水路の上流端から， $Q=5.4\times10^{-4}$  m<sup>3</sup>/secの流量を与える．また，粗度係数は0.01とする．

## (2) 数値解析結果と考察

図-4.4は，(a) $x=0\sim140$  mと(b) $x=80\sim250$  mそれぞれの区間の水深の空間分布を示したものである．図-4.4(a)から， $x=70$  m付近までは，等流水深となっており，転波列は形成されていないことがわかる．実験では，比較的上流側で転波列が形成されており，解析と大きく異なっている．これは，ここでの数値解析条件として，上流端で大きな擾乱を与えていないためと考えられる．しかし，解析での等流水深は， $5.8\times10^{-3}$  mであり，実験値に近い値をとっていることから，数値解析モデルとして妥当な結果であると考えられる．また， $x=70$  mより下流で急激に水深の大きな変動が表れるとともに，転波列が形成された．またこの図から，下流に進むにつれて波高が高くなり，波同士の間隔が，大きくなっていることがわかる．この領域では，図-4.5に示すように，実験でも見られた転波列の波同士の合体が多く起こっていることが確認された．これに対して，図-4.4(b)に示すように，ある程度下流に進むと，波高と波同士の間隔の増加傾向が確認できないことがわかる．この領域では，先ほど示した転波列の波同士の合体もあまり見られず，さらに下流( $x=950\sim1000$  m)では，計算時間内で波同士の合体を確認することはできなかった．図-4.6，図-4.7は，それぞれ転波列の波高と波長の空間分布を示したものである．これら図から， $x=150$  mより上流側では，波高と波長ともに増加傾向があることが確認できる．これに対して， $x=150$  mより下流側では，波高は，0.02～0.025 mの間の値をとり，増加傾向も減少傾向もみられないことがわかる．また， $x=150$  mより下流側の波長は，乱雑ではあるが，赤の実線で示した平均波長を中心に約1.5～6.0 mの範囲で分

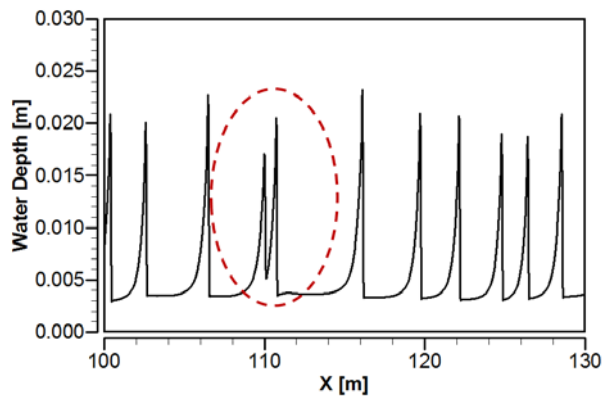


(a)  $x=0$  m-140 m

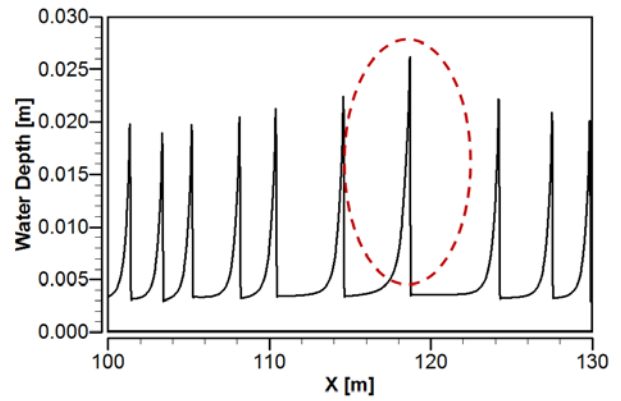


(b)  $x=80$  m-250 m

図-4.4 水深の空間分布



(a)  $t=0.0$  sec



(b)  $t=5.0$  sec

図-4.5 波同士の合体の様子

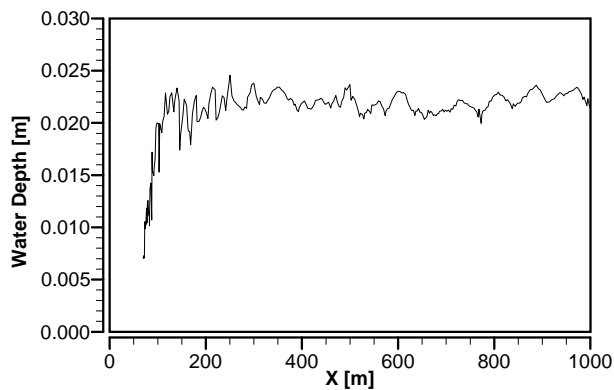


図-4.6 波高の空間分布

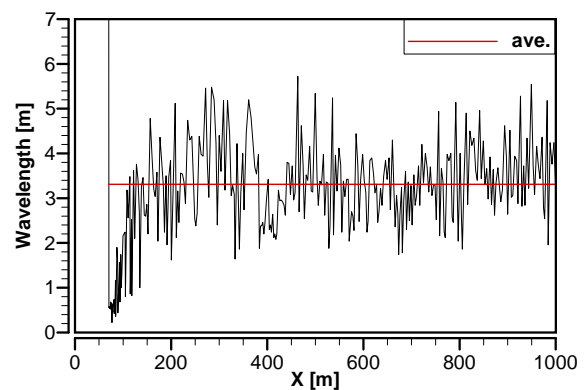


図-4.7 波長の空間分布

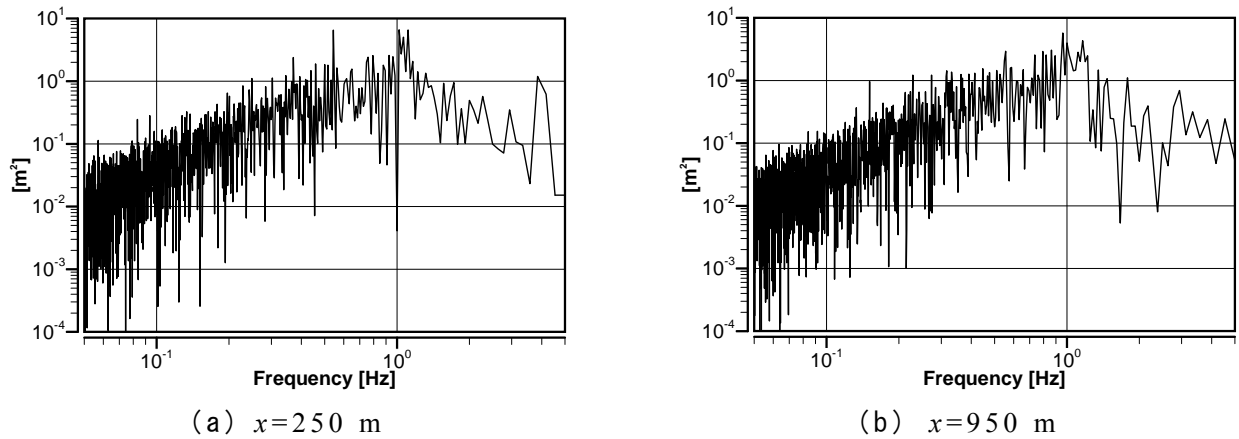


図-4.8 フーリエスペクトル

布していることがわかる．図-4.8は， $x=150$  mと $x=950$  m地点の水深の時間経過から得られたフーリエスペクトルである．この図からも，転波列が平均周期を中心として様々な周期で存在していることが確認できる．以上のことから， $x=150$  mより下流側では，一種の平衡状態にあることがわかった．つまり，平衡状態での転波列は，一意に波長・波高が決まるわけではなく，ある範囲で動的な状態で分布することが数値解析的に示された．

### 4.3.2 擾乱を与えた場合

#### (1) 計算条件

ここでは，上で示した平衡状態での転波列の特性に関して，さらに議論していくために，さきほどと同様の解析モデルを使って，上流端で一定周期の擾乱を与えた解析を行う．与える擾乱を次式に示す．

$$Q_{up} = Q_0 + \alpha \cdot Q_0 \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \quad (4.5)$$

ここに， $Q_0$ ：平均流量であり，本研究では実験で計測された流量とする． $\alpha$ ：平均流量に対する擾乱の大きさの割合で，ここでは0.02として，平均流量に対して2%の大きさの擾乱を与える． $t$ ：時間， $T$ ：周期である．

与える周期は，0.6 sec，1.2 sec，6.0 secの3ケースとする．また，水理条件は，先ほどと同様，実験と同じ条件を与える．

#### (2) 解析結果

図-4.9～4.11は，それぞれ，0.6 sec，1.2 sec，6.0 secの擾乱周期を与えた時の水深分布を示している．この図から，0.6 secと1.2 secの擾乱周期を与えた場

合には、先ほどの擾乱を与えない場合の解析結果と異なり、擾乱がすぐに発達し、転波列が形成されていることが確認できる。また、形成された転波列は、発達過程から比較的短い区間で、ほぼ一定の波長、波高となっているように見える。これに対して、6.0 secの擾乱周期を与えた場合の水深分布は、先ほどの擾乱を与えていない場合の転波列の分布に近い形となっており、比較的乱雑に分布しているように見える。図-4.12～4.17は、それぞれの擾乱周期を与えた時の波長と波高の空間分布を示したものである。図-4.12、図-4.13から、擾乱周期0.6 secでは、ほぼ一定の波長と波高の分布となっているが、 $x=150$  mより下流では、微小に乱れて分布していることがわかる。また、図-4.14、図-4.15から、擾乱周期1.2 secでは、ほぼ一定の波長と波高の分布となっており、こちらでは、 $x=150$  mより下流でも微小な乱れは見られない結果となった。これに対して、擾乱周期6.0 secでは、波長が一定とならず、巨視的に見て、卓越する波長が2 m, 3 m, 5 mの三つあることがわかる。また、上流端から100 m地点での水深の時間系列を見てみると、擾乱周期0.6 secと1.2 secを与えたときそれぞれ、転波列が通過する周期がそれぞれ0.6 secと1.2 secの一定となっており、擾乱周期と同じ周期になっていることが確認された。これに対して、6.0 secの擾乱周期を与えた場合には、そのような一定の周期で波が通過するようなことはなかった。

以上のように、周期によって波長・波高の発達に大きな差が表れる結果となった。このことを先ほど擾乱を与えない場合の解析結果で示した動的平衡状態である転波列の特性に着目して検討すると、これは、転波列の動的平衡状態での波長の存在範囲に大きく関わっていると考えられる。擾乱を与えていない場合の解析から、本解析での水理条件に対して、転波列は、少なくとも約1.5 m～6 mの範囲で存在している。これに対して、擾乱周期0.6 secが短い周期では、平均波長が1.5 m以下の0.8 m程度であった。この平衡状態での存在範囲より短いことから、平衡状態になるために、 $x=150$  mより下流で微小な波長の乱れが見え始めたのではないかと考えられる。これに対して、微小な波長の乱れが見られなかった擾乱周期1.2 secでの平均波長は、平衡状態での波長の存在範囲内の1.8 mであり、このことが、比較的安定して波長を維持することができる理由であると考えられる。また、擾乱周期6.0 secでは、平衡状態での転波列の存在範囲に比べて周期が長すぎるため、擾乱周期0.6 secと1.2 secとは異なり、周期に対応した転波列を形成することができなかったと思われる。しかし、この周期で卓越する3つの波長は全て、平衡状態での波長の存在範囲内にあり、動的平衡状態にあると考えられる。

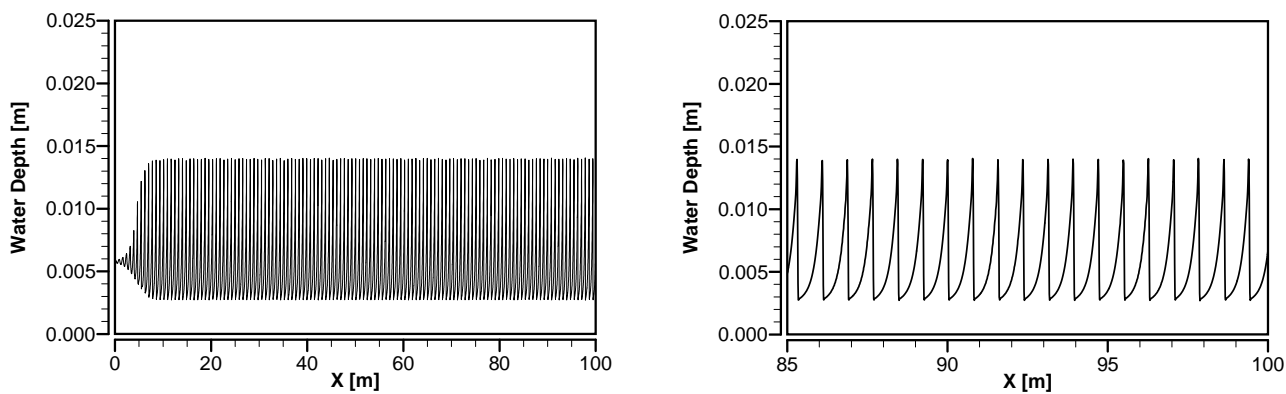


図-4.9 水深の空間分布  
(擾乱周期 : 0.6 sec)

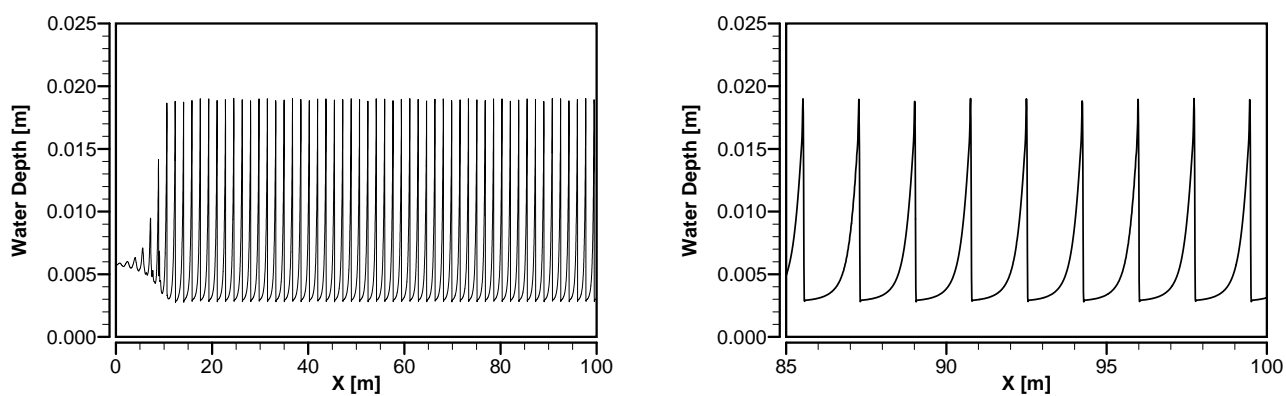


図-4.10 水深の空間分布  
(擾乱周期 : 1.2 sec)

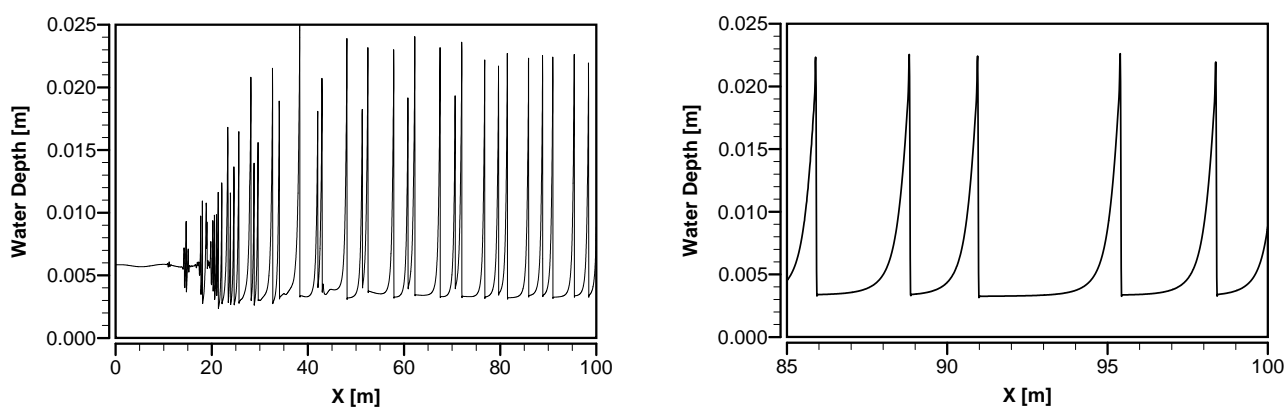


図-4.11 水深の空間分布  
(擾乱周期 : 6.0 sec)

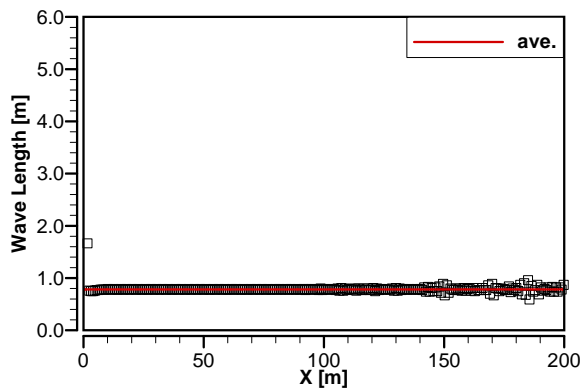


図-4.12 波長の空間分布  
(擾乱周期 : 0.6 sec)

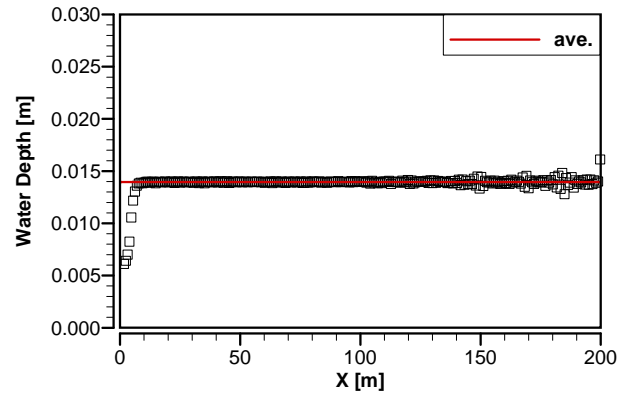


図-4.13 波高の空間分布  
(擾乱周期 : 0.6 sec)

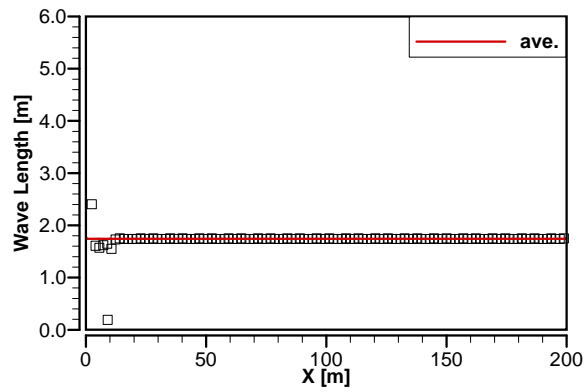


図-4.14 波長の空間分布  
(擾乱周期 : 1.2 sec)

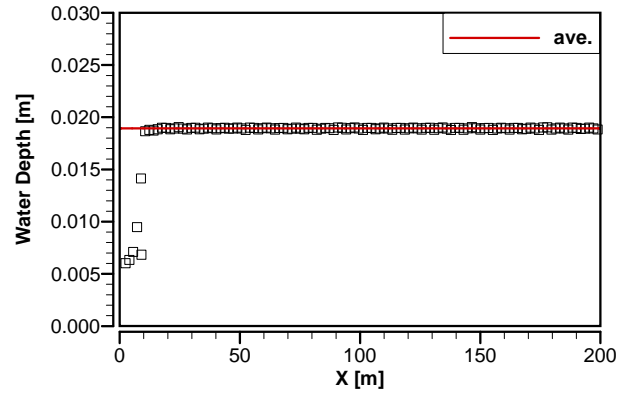


図-4.15 波高の空間分布  
(擾乱周期 : 1.2 sec)

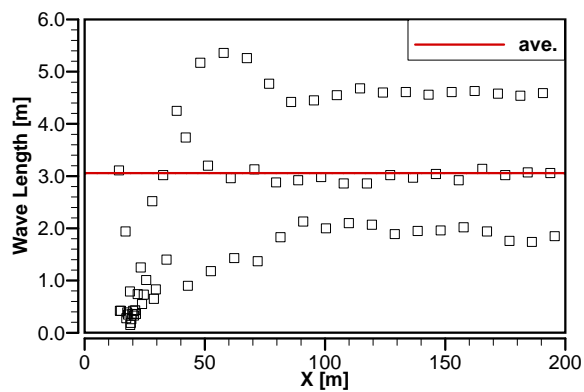


図-4.16 波長の空間分布  
(擾乱周期 : 6.0 sec)

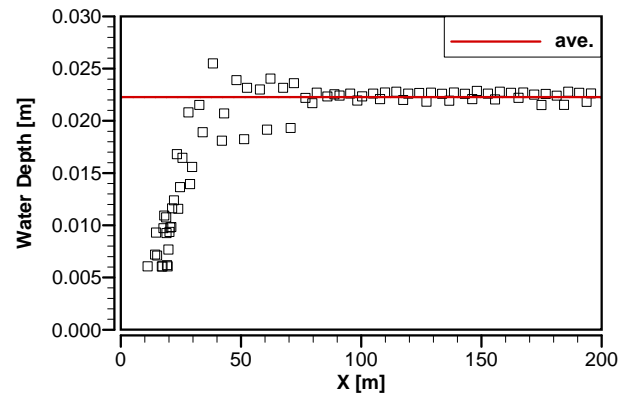


図-4.17 波高の空間分布  
(擾乱周期 : 6.0 sec)

## 4.4 転波列の卓越波長に関する検討

### 4.4.1 擾乱の時間発展式の導出

ここで、前節までの数値解析結果を踏まえ、平衡状態での転波列の特性についてさらに検討するために、擾乱の時間発展式を誘導する。基礎式として、以下の連続式と運動方程式を用いる。

$$[\text{連続式}] \quad \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(uh)}{\partial x} = 0 \quad (4.6)$$

$$[\text{運動方程式}] \quad \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} = g \sin \Theta - g \frac{n^2 u^2}{h^{4/3}} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \alpha h u \frac{\partial u}{\partial x} \right) \quad (4.7)$$

ここに、 $t$ ：時間， $x$ ：空間座標， $h$ ：水深， $u$ ：流速， $g$ ：重力加速度， $\Theta$ ：水路勾配， $n$ ：マンニングの粗度係数， $\alpha$ ：渦動粘性係数の係数である。

この連続式と運動方程式を無次元化するために、つぎに示すような無次元量を定義する。

$$x' = x/h_0, \quad t' = tu_0/h_0, \quad h' = h/h_0, \quad u' = u/u_0, \quad Fr_0 = u_0/\sqrt{gh_0} \quad (4.8)$$

ここに、 $h_0$ ：等流水深， $u_0$ ：等流状態での流速， $Fr_0$ ：等流状態でのフルード数である。

等流条件から次式の関係式が得られる。

$$S_0 = \frac{1}{Fr_0^2} \sin \Theta = \frac{gn^2}{h_0^{1/3}} \quad (4.9)$$

これらの無次元量を用いて式(4.6)，(4.7)を無次元化すると次式が得られる。

$$\frac{\partial h'}{\partial t'} + \frac{\partial(u'h')}{\partial x'} = 0 \quad (4.10)$$

$$\frac{\partial u'}{\partial t'} + u' \frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{1}{Fr_0^2} \cdot \frac{\partial h'}{\partial x'} = S_0 - S_0 \frac{u'^2}{h'^{4/3}} + \frac{\partial}{\partial x'} \left( \alpha h' u' \frac{\partial u'}{\partial x'} \right) \quad (4.11)$$

以降、「'」を省略する。

ここで、水深と流速の無次元量を以下のように  $e^{i\theta}$  ( $\theta = \omega_r t - kx$ ) の多項式で表せるとする。

$$\begin{aligned} h &= 1 + \delta h \\ &= 1 + A_1 \exp(i\theta) + A_1^* \exp(-i\theta) \\ &\quad + A_2 \exp(2i\theta) + A_2^* \exp(-2i\theta) + A_3 \exp(3i\theta) + A_3^* \exp(-3i\theta) \end{aligned} \quad (4.12)$$



$$\begin{aligned}
u &= 1 + \delta u \\
&= 1 + B_1 \exp(i\theta) + B_1^* \exp(-i\theta) \\
&\quad + B_2 \exp(2i\theta) + B_2^* \exp(-2i\theta) + B_3 \exp(3i\theta) + B_3^* \exp(-3i\theta)
\end{aligned} \tag{4.13}$$

ここで,  $A_1 \sim A_3$ ,  $A_1^* \sim A_3^*$ ,  $B_1 \sim B_3$ ,  $B_1^* \sim B_3^*$ : それぞれにかかる係数である.

これらの式(4.12), (4.13)を連続式(4.10)に代入し,  $i\theta$  から  $3i\theta$ ,  $-i\theta$  から  $-3i\theta$  まで整理すると, 次式が得られる.

$$\begin{aligned}
&\exp(i\theta) \left( \frac{dA_1}{dt} + i\omega_r A_1 \right) + \exp(-i\theta) \left( \frac{dA_1^*}{dt} + i\omega_r A_1^* \right) \\
&+ \exp(2i\theta) \left( \frac{dA_2}{dt} + 2i\omega_r A_2 \right) + \exp(-2i\theta) \left( \frac{dA_2^*}{dt} - 2i\omega_r A_2^* \right) \\
&+ \exp(3i\theta) \left( \frac{dA_3}{dt} + 3i\omega_r A_3 \right) + \exp(-3i\theta) \left( \frac{dA_3^*}{dt} - 3i\omega_r A_3^* \right) \\
&= \exp(i\theta) (-ikB_1 - ikA_1 - ikA_2 B_1^* - ikA_3 B_2^* - i_r A_1^* B_2 - ikA_2^* B_3) \\
&\quad + \exp(-i\theta) (ikB_1^* + ikA_1^* + ikA_1 B_2^* + ikA_2 B_3^* + ikA_2^* B_1 + ikA_3^* B_2) \\
&\quad + \exp(2i\theta) (-2ikB_2 - 2ikA_2 - 2ikA_1 B_1 - 2ikA_3 B_1^* - 2ikA_1^* B_3) \\
&\quad + \exp(-2i\theta) (2ikB_2^* + 2ikA_2^* + 2ikA_1 B_3^* + 2ikA_1^* B_1^* + 2ikA_3^* B_1) \\
&\quad + \exp(3i\theta) (-3ikB_3 - 3ikA_3 - ikA_2 B_1 - ikA_2 B_1) \\
&\quad + \exp(-3i\theta) (3ikB_3^* + 3ikA_3^* + 3ikA_1^* B_2^* + ikA_2^* B_1^*) \\
&\quad + \dots
\end{aligned} \tag{4.14}$$

ここで,  $i\theta$  から  $3i\theta$ ,  $-i\theta$  から  $-3i\theta$  までのそれぞれの関係から次式に示す  $A_1 \sim A_3$ ,  $A_1^* \sim A_3^*$  の時間発展式が得られる.

$$[i\theta] \quad \frac{dA_1}{dt} + i\omega_r A_1 - ikB_1 - ikA_1 - ikA_2 B_1^* - ikA_3 B_2^* - ikA_1^* B_2 - ikA_2^* B_3 = 0 \tag{4.15}$$

$$[-i\theta] \quad \frac{dA_1^*}{dt} - i\omega_r A_1^* + ikB_1^* + ikA_1^* + ikA_2^* B_1 + ikA_3^* B_2 + ikA_1 B_2^* + ikA_2 B_3^* = 0 \tag{4.16}$$

$$[2i\theta] \quad \frac{dA_2}{dt} + 2i\omega_r A_2 - 2ikB_2 - 2ikA_2 - 2ikA_1 B_1 - 2ikA_3 B_1^* - 2ikA_1^* B_3 = 0 \tag{4.17}$$

$$[-2i\theta] \quad \frac{dA_2^*}{dt} - 2i\omega_r A_2^* + 2ikB_2^* + 2ikA_2^* + 2ikA_1 B_3^* + 2ikA_3^* B_1 + 2ikA_1^* B_3 = 0 \tag{4.18}$$

$$[3i\theta] \quad \frac{dA_3}{dt} + 3i\omega_r A_3 - 3ikB_3 - 3ikA_3 - ikA_2 B_1 - ikA_2 B_1 = 0 \tag{4.19}$$

$$[-3i\theta] \quad \frac{dA_3^*}{dt} - 3i\omega_r A_3^* + 3ikB_3^* + 3ikA_3^* + ikA_2^* B_1^* + ikA_1^* B_3^* = 0 \quad (4.20)$$

ここで,  $A_1 \sim A_3$ ,  $A_1^* \sim A_3^*$ ,  $B_1 \sim B_3$ ,  $B_1^* \sim B_3^*$ は, 次式のように表せる.

$$\begin{aligned} A_n &= A_{nr} + iA_{ni}, \quad A_n^* = A_{nr} - iA_{ni} \\ B_n &= B_{nr} + iB_{ni}, \quad B_n^* = B_{nr} - iB_{ni} \end{aligned} \quad (4.21)$$

ここに,  $n$ は1～3であり,  $A_{nr}$ ,  $A_{ni}$ ,  $B_{nr}$ ,  $B_{ni}$ は, それぞれ実数である.

式(4.21)を式(4.15), (4.17), (4.19)に代入することで, つぎのような  $A_{nr}$ ,  $A_{ni}$  の発展式を得る.

$$\begin{aligned} \frac{dA_{1r}}{dt} - \omega_r A_{1i} + kB_{1i} + kA_{1i} + k(-A_{1i}B_{2r} + A_{1r}B_{2i}) + k(-A_{2r}B_{1i} + A_{2i}B_{1r}) \\ + k(A_{2r}B_{3i} - A_{2i}B_{3r}) + k(-A_{3r}B_{2i} + A_{3i}B_{2r}) = 0 \end{aligned} \quad (4.22)$$

$$\begin{aligned} \frac{dA_{1i}}{dt} + \omega_r A_{1r} - kB_{1r} - kA_{1r} - k(A_{1i}B_{2i} + A_{1r}B_{2r}) - k(A_{2r}B_{1r} + A_{2i}B_{1i}) \\ - k(A_{2r}B_{3r} + A_{2i}B_{3i}) - k(A_{3r}B_{2r} + A_{3i}B_{2i}) = 0 \end{aligned} \quad (4.23)$$

$$\begin{aligned} \frac{dA_{2r}}{dt} - 2\omega_r A_{2i} + 2kB_{2i} + 2kA_{2i} + 2k(A_{1r}B_{1i} + A_{1i}B_{1r}) \\ + 2k(A_{1r}B_{3i} - A_{1i}B_{3r}) + 2k(-A_{3r}B_{1i} + A_{3i}B_{1r}) = 0 \end{aligned} \quad (4.24)$$

$$\begin{aligned} \frac{dA_{2i}}{dt} + 2\omega_r A_{2r} - 2kB_{2r} - 2kA_{2r} - 2k(A_{1r}B_{1r} - A_{1i}B_{1i}) \\ - 2k(A_{1r}B_{3r} + A_{1i}B_{3i}) - 2k(A_{3r}B_{1r} + A_{3i}B_{1i}) = 0 \end{aligned} \quad (4.25)$$

$$\frac{dA_{3r}}{dt} - 3\omega_r A_{3i} + 3kB_{3i} + 3kA_{3i} + 3k(A_{1r}B_{2i} + A_{1i}B_{2r}) + 3k(A_{2r}B_{1i} + A_{2i}B_{1r}) = 0 \quad (4.26)$$

$$\frac{dA_{3i}}{dt} + 3\omega_r A_{3r} - 3kB_{3r} - 3kA_{3r} - 3k(A_{1r}B_{2r} - A_{1i}B_{2i}) - 3k(A_{2r}B_{1r} - A_{2i}B_{1i}) = 0 \quad (4.27)$$

つぎに, 運動方程式から,  $B_1 \sim B_3$ ,  $B_1^* \sim B_3^*$ の時間発展式を導出する. 簡単のため, 運動方程式における摩擦項の  $u^2/h^{4/3}$  と粘性項は, それぞれ次式のようにして展開する.

$$\begin{aligned} \frac{u^2}{h^{4/3}} &= \frac{(1+\delta u)^2}{(1+\delta h)^{4/3}} \\ &\approx \left(1+2\delta u + \delta u^2\right) \left(1 - \frac{4}{3}\delta h + \frac{14}{9}\delta h^2 - \frac{140}{81}\delta h^3\right) \\ &\approx 1 + 2\delta u - \frac{4}{3}\delta h + \delta u^2 - \frac{8}{3}\delta u\delta h + \frac{14}{9}\delta h^2 - \frac{4}{3}\delta u^2\delta h + \frac{28}{9}\delta u\delta h^2 - \frac{140}{81}\delta h^3 \end{aligned} \quad (4.28)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \alpha h u \frac{\partial u}{\partial x} \right) \approx \alpha \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) \quad (4.29)$$

式(4.12), (4.13)を運動方程式(4.11)に代入し, 関係式(4.28), (4.29)を用いて展開すると, 次式に示す  $B_1 \sim B_3$ ,  $B_1^* \sim B_3^*$ の時間発展式が得られる.

$$\begin{aligned} \frac{dB_1}{dt} + i\omega_r B_1 - ikB_1 - ikB_2 B_1^* - ikB_3 B_2^* - ikA_1 \frac{1}{Fr_0^2} \\ = -2S_0 B_1 + \frac{4}{3} S_0 A_1 - S_0 (2B_2 B_1^* + 2B_3 B_2^*) - \alpha k^2 B_1 \\ + \frac{8}{3} S_0 (B_2 A_1^* + B_3 A_2^* + B_1^* A_2 + B_2^* A_3) - \frac{14}{9} S_0 (2A_2 A_1^* + 2A_3 A_2^*) \\ + \frac{4}{3} S_0 \{ A_1 (2|B_1|^2 + 2|B_2|^2 + 2|B_3|^2) + A_2 (2B_1 B_2^* + 2B_2 B_3^*) \\ + A_3 (2B_1 B_3^* + B_1^{*2}) + A_1^* (2B_3 B_1^* + B_1^2) + A_2^* (2B_1 B_2^*) \} \end{aligned} \quad (4.30)$$

[  $i\theta$  ]

$$\begin{aligned} \frac{dB_1^*}{dt} - i\omega_r B_1^* + ikB_1^* + ikB_1 B_2^* + ikB_2 B_3^* + ikB_1^* \frac{1}{Fr_0^2} \\ = -2S_0 B_1^* + \frac{4}{3} S_0 A_1^* - S_0 (2B_1 B_2^* + 2B_2 B_3^*) - \alpha k^2 B_1^* \\ + \frac{8}{3} S_0 (B_2^* A_1 + B_3^* A_2 + B_1 A_2^* + B_2 A_3^*) - \frac{14}{9} S_0 (2A_2^* A_1 + 2A_3^* A_2) \\ + \frac{4}{3} S_0 \{ A_1^* (2|B_1|^2 + 2|B_2|^2 + 2|B_3|^2) + A_2^* (2B_1^* B_2 + 2B_2^* B_3) \\ + A_3^* (2B_1^* B_3 + B_1^2) + A_1 (2B_3^* B_1 + B_1^{*2}) + A_2 (2B_1^* B_2^*) \} \\ - \frac{28}{9} S_0 \{ B_1^* (2|A_1|^2 + 2|A_2|^2 + 2|A_3|^2) + B_2^* (2A_1^* A_2 + 2A_2^* A_3) \\ + B_3^* (2A_1^* A_3 + A_1^2) + B_1 (2A_3^* A_1 + A_1^{*2}) + B_2 (2A_1^* A_2^*) \} \\ + \frac{140}{81} S_0 \{ A_1^* (2|A_1|^2 + 2|A_2|^2 + 2|A_3|^2) + A_2^* (2A_1^* A_2 + 2A_2^* A_3) \\ + A_3^* (2A_1^* A_3 + A_1^2) + A_1 (2A_3^* A_1 + A_1^{*2}) + A_2 (2A_1^* A_2^*) \} \end{aligned} \quad (4.31)$$

[  $-i\theta$  ]

$$\begin{aligned}
& \frac{dB_2}{dt} + 2i\omega_r B_2 - 2ikB_2 - 2ikB_3 B_1^* - ikB_1^2 - 2ikA_2 \frac{1}{Fr_0^2} \\
& = -2S_0 B_2 + \frac{4}{3} S_0 A_2 - S_0 (2B_3 B_1^* + B_1^2) - 4\alpha k^2 B_2 \\
& + \frac{8}{3} S_0 (B_1 A_1 + B_3 A_1^* + B_1^* A_3) - \frac{14}{9} S_0 (2A_3 A_1^* + A_1^2) \\
& + \frac{4}{3} S_0 \left\{ A_1 (2B_2 B_1^* + 2B_3 B_2^*) + A_2 (2|B_1|^2 + 2|B_2|^2 + 2|B_3|^2) \right. \\
& \quad \left. + A_3 (2B_1 B_2^* + 2B_2 B_3^*) + A_1^* (2B_1 B_2) \right\} \\
& - \frac{28}{9} S_0 \left\{ B_1 (2A_2 A_1^* + 2A_3 A_2^*) + B_2 (2|A_1|^2 + 2|A_2|^2 + 2|A_3|^2) \right. \\
& \quad \left. + B_3 (2A_1 A_2^* + 2A_2 A_3^*) + B_1^* (2A_1 A_2) \right\} \\
& + \frac{140}{81} S_0 \left\{ A_1 (2A_2 A_1^* + 2A_3 A_2^*) + A_2 (2|A_1|^2 + 2|A_2|^2 + 2|A_3|^2) \right. \\
& \quad \left. + A_3 (2A_1 A_2^* + 2A_2 A_3^*) + A_1^* (2A_1 A_2) \right\} \\
& \frac{dB_2^*}{dt} - 2i\omega_r B_2^* + 2ikB_2^* + 2ikB_3^* B_1 + ikB_1^{*2} + 2ikA_2^* \frac{1}{Fr_0^2} \\
& = -2S_0 B_2^* + \frac{4}{3} S_0 A_2^* - S_0 (2B_3^* B_1 + B_1^{*2}) - 4\alpha k^2 B_2^* \\
& + \frac{8}{3} S_0 (B_1^* A_1^* + B_3^* A_1 + B_1 A_3^*) - \frac{14}{9} S_0 (2A_3^* A_1 + A_1^{*2}) \\
& + \frac{4}{3} S_0 \left\{ A_1^* (2B_2^* B_1 + 2B_3^* B_2) + A_2^* (2|B_1|^2 + 2|B_2|^2 + 2|B_3|^2) \right. \\
& \quad \left. + A_3^* (2B_1^* B_2 + 2B_2^* B_3) + A_1 (2B_1^* B_2^*) \right\} \\
& - \frac{28}{9} S_0 \left\{ B_1^* (2A_2^* A_1 + 2A_3^* A_2) + B_2^* (2|A_1|^2 + 2|A_2|^2 + 2|A_3|^2) \right. \\
& \quad \left. + B_3^* (2A_1^* A_2 + 2A_2^* A_3) + B_1 (2A_1^* A_2^*) \right\} \\
& + \frac{140}{81} S_0 \left\{ A_1^* (2A_2^* A_1 + 2A_3^* A_2) + A_2^* (2|A_1|^2 + 2|A_2|^2 + 2|A_3|^2) \right. \\
& \quad \left. + A_3^* (2A_1^* A_2 + 2A_2^* A_3) + A_1 (2A_1^* A_2^*) \right\}
\end{aligned} \tag{4.32}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{dB_3}{dt} + 3i\omega_r B_3 - 3ikB_3 - 3ikB_1 B_2 - 3ikA_3 \frac{1}{Fr_0^2} \\
& = -2S_0 B_3 + \frac{4}{3} S_0 A_3 - S_0 (2B_1 B_2) + \frac{8}{3} S_0 (B_1 A_2 + B_2 A_1) - \frac{14}{9} S_0 (2A_1 A_2) - 9\alpha k^2 B_3 \\
& + \frac{4}{3} S_0 \left\{ A_1 (2B_3 B_1^* + B_1^2) + A_2 (2B_2 B_1^* + 2B_3 B_2^*) + A_3 (2|B_1|^2 + 2|B_2|^2 + 2|B_3|^2) \right\} \\
& - \frac{28}{9} S_0 \left\{ B_1 (2A_3 A_1^* + A_1^2) + B_2 (2A_2 A_1^* + 2A_3 A_2^*) + B_3 (2|A_1|^2 + 2|A_2|^2 + 2|A_3|^2) \right\} \\
& + \frac{140}{81} S_0 \left\{ A_1 (2A_3 A_1^* + A_1^2) + A_2 (2A_2 A_1^* + 2A_3 A_2^*) + A_3 (2|A_1|^2 + 2|A_2|^2 + 2|A_3|^2) \right\}
\end{aligned} \tag{4.33}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{dB_3}{dt} + 3i\omega_r B_3 - 3ikB_3 - 3ikB_1 B_2 - 3ikA_3 \frac{1}{Fr_0^2} \\
& = -2S_0 B_3 + \frac{4}{3} S_0 A_3 - S_0 (2B_1 B_2) + \frac{8}{3} S_0 (B_1 A_2 + B_2 A_1) - \frac{14}{9} S_0 (2A_1 A_2) - 9\alpha k^2 B_3 \\
& + \frac{4}{3} S_0 \left\{ A_1 (2B_3 B_1^* + B_1^2) + A_2 (2B_2 B_1^* + 2B_3 B_2^*) + A_3 (2|B_1|^2 + 2|B_2|^2 + 2|B_3|^2) \right\} \\
& - \frac{28}{9} S_0 \left\{ B_1 (2A_3 A_1^* + A_1^2) + B_2 (2A_2 A_1^* + 2A_3 A_2^*) + B_3 (2|A_1|^2 + 2|A_2|^2 + 2|A_3|^2) \right\} \\
& + \frac{140}{81} S_0 \left\{ A_1 (2A_3 A_1^* + A_1^2) + A_2 (2A_2 A_1^* + 2A_3 A_2^*) + A_3 (2|A_1|^2 + 2|A_2|^2 + 2|A_3|^2) \right\}
\end{aligned} \tag{4.34}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{dB_3^*}{dt} - 3i\omega_r B_3^* + 3ikB_3^* + 3ikB_1^* B_2^* + 3ikA_3^* \frac{1}{Fr_0^2} \\
& = -2S_0 B_3^* + \frac{4}{3}S_0 A_3^* - S_0 (2B_1^* B_2^*) + \frac{8}{3}S_0 (B_1^* A_2^* + B_2^* A_1^*) - \frac{14}{9}S_0 (2A_1^* A_2^*) - 9\alpha k^2 B_3^* \\
[-3i\theta] \quad & + \frac{4}{3}S_0 \left\{ A_1^* (2B_3^* B_1 + B_1^{*2}) + A_2^* (2B_2^* B_1 + 2B_3^* B_2) + A_3^* (2|B_1|^2 + 2|B_2|^2 + 2|B_3|^2) \right\} \quad (4.35) \\
& - \frac{28}{9}S_0 \left\{ B_1^* (2A_3^* A_1 + A_1^{*2}) + B_2^* (2A_2^* A_1 + 2A_3^* A_2) + B_3^* (2|A_1|^2 + 2|A_2|^2 + 2|A_3|^2) \right\} \\
& + \frac{140}{81}S_0 \left\{ A_1^* (2A_3^* A_1 + A_1^{*2}) + A_2^* (2A_2^* A_1 + 2A_3^* A_2) + A_3^* (2|A_1|^2 + 2|A_2|^2 + 2|A_3|^2) \right\}
\end{aligned}$$

式(4.30), (4.32), (4.34)に式(4.21)を代入することで, 先ほどの  $A_{nr}$ ,  $A_{ni}$  の時間発展式と同様にして,  $B_{nr}$ ,  $B_{ni}$  の時間発展式が得られる。

#### 4.4.2 擾乱の時間発展解析

##### (1) 計算条件

ここで, 前節で誘導した  $A_1 \sim A_3$ ,  $B_1 \sim B_3$  の時間発展式である式(4.15), (4.17), (4.19)と式(4.30), (4.32), (4.34)と式(4.21)の関係を用いて,  $A_{nr}$ ,  $A_{ni}$ ,  $B_{nr}$ ,  $B_{ni}$  を数値的に解くことにする。水理条件は, フルード数  $Fr_0$  を 4.1,  $\tan \theta$  を  $9.7 \times 10^{-2}$  とする。初期条件として,  $A_{1r}$  に微小な値  $1.0 \times 10^{-3}$  を与える。(無次元)時間間隔は,  $2.0 \times 10^{-4}$  とする。また, 渦動粘性係数の係数  $\alpha$  を 0.01 とする。 $k$  と  $\omega_r$  は, 0.5 から 2.5 の値とし, それぞれ 0.05 間隔で変え, それぞれの  $k$  と  $\omega_r$  に対して,  $A_1 \sim A_3$ ,  $B_1 \sim B_3$  の時間発展式を解くことにする。まず,  $A_1$  と  $B_1$  のみを考慮した場合の解析を行い, その後に,  $A_1 \sim A_2$ ,  $B_1 \sim B_2$  まで考慮した場合,  $A_1 \sim A_3$ ,  $B_1 \sim B_3$  まで考慮した場合の解析を行う。

##### (2) 解析結果と考察

まず,  $A_1$  と  $B_1$  のみを考慮した場合の解析結果を示す。図-4.18は, 横軸  $k$  と縦軸  $\omega_r$  としたときの, 十分な時間経過後の  $|A_1|$  を示したものである。この図から, 赤い領域と青い領域の二つあることがわかる。この図の赤で表された領域と青で表された領域のそれぞれの代表点として,  $(k, \omega_r)$  をそれぞれ (1.0, 1.0), (2.0, 1.0) とした時,  $|A_1|$ ,  $|B_1|$  の時間経過を示したものをそれぞれ, 図-4.19に示す。この図から, 赤で表された領域では, 時間の経過とともに擾乱が発達し,  $A_1$  と  $B_1$  の変動が増幅, 発散するため, 時間的に安定した  $A_1$ ,  $B_1$  が存在しないことがわかる。これに対して, 青で表された領域は, 時間の経過とともに,  $A_1$  と  $B_1$  の変動が減衰し, 最終的に  $A_1$  と  $B_1$  いずれもゼロに近づく領域であり, 擾乱が発達しない領域であることがわかる。これらから,  $A_1$  と  $B_1$  のみでは, 擾乱が発

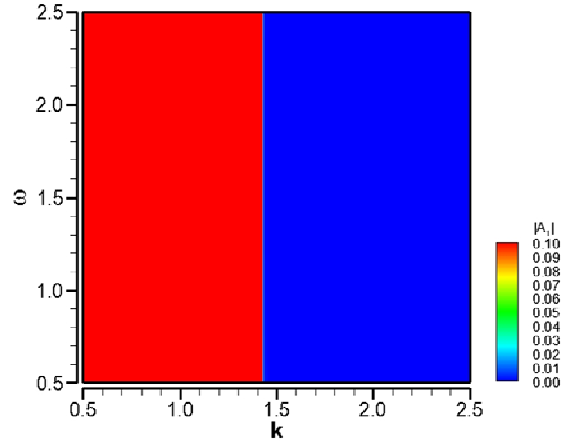


図-4.18  $|A_1|$  のコンター ( $A_1$  と  $B_1$  のみ考慮)

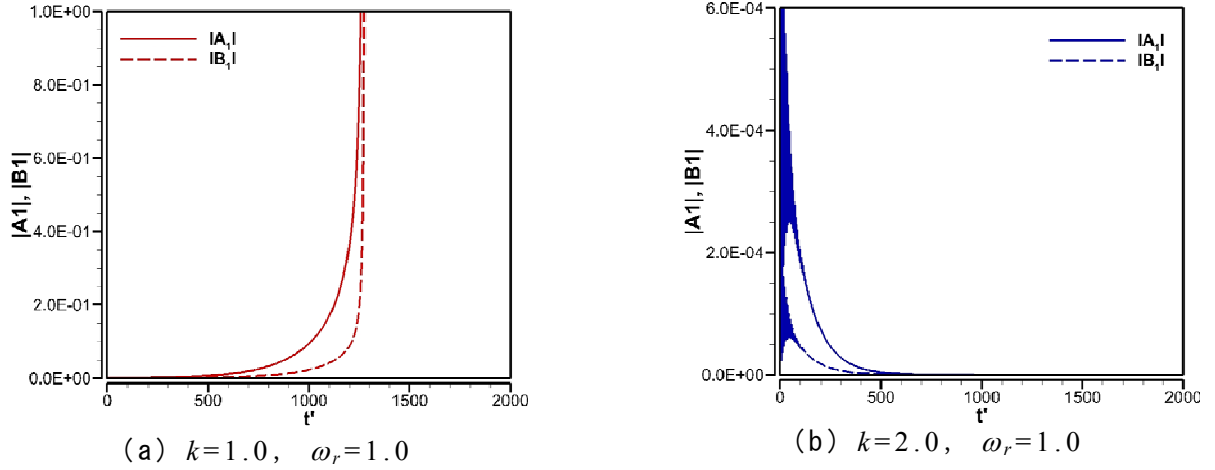


図-4.19  $|A_1|, |B_1|$  の時間経過 ( $A_1$  と  $B_1$  のみ考慮)

達し，最終的に安定するような  $k$  が存在しないことがわかる．また，これら二つ領域は， $k$  が約 1.4 を境に分けられていることがわかる．ここで，これらの解の特性についてさらに検討する．式 (4.15)，(4.16) と式 (4.30)，(4.31) の  $A_1, A_1^*, B_1, B_1^*$  の項のみを考慮すると，次式が得られる．

$$\frac{dA_1}{dt} + i\omega_r A_1 - ikB_1 - ikA_1 = 0 \quad (4.36)$$

$$\frac{dA_1^*}{dt} - i\omega_r A_1^* + ikB_1^* + ikA_1^* = 0 \quad (4.37)$$

$$\begin{aligned} \frac{dB_1}{dt} + i\omega_r B_1 - ikB_1 - ikA_1 \frac{1}{Fr_0^2} \\ = -2S_0 B_1 + \frac{4}{3} S_0 A_1 - \alpha k^2 B_1 + \frac{4}{3} S_0 (2A_1 |B_1|^2 + A_1^* B_1^2) \\ - \frac{28}{9} S_0 (2|A_1|^2 B_1 + B_1^* A_1^2) + \frac{140}{81} S_0 (2A_1 |A_1|^2 + A_1^* A_1^2) \end{aligned} \quad (4.38)$$

$$\begin{aligned}
\frac{dB_1^*}{dt} - i\omega_r B_1^* + ikB_1^* + ikA_1^* \frac{1}{Fr_0^2} \\
= -2S_0 B_1^* + \frac{4}{3} S_0 A_1^* - \alpha k^2 B_1^* + \frac{4}{3} S_0 (2A_1^* |B_1|^2 + A_1 B_1^{*2}) \\
- \frac{28}{9} S_0 (2B_1^* |A_1|^2 + B_1 A_1^{*2}) + \frac{140}{81} S_0 (2A_1^* |A_1|^2 + A_1^* A_1^2)
\end{aligned} \tag{4.39}$$

式(4.36)  $\times A_1^*$  + 式(4.37)  $\times A_1$  により次式が得られる。

$$\frac{d|A_1|^2}{dt} - ik(A_1^* B_1 - A_1 B_1^*) = 0 \tag{4.40}$$

式(4.37)  $\times B_1$  + 式(4.38)  $\times A_1^*$  - 式(4.36)  $\times B_1^*$  + 式(4.39)  $\times A_1$  により次式を得る。

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}(A_1^* B_1 - A_1 B_1^*) + 2ik \left( |B_1|^2 - \frac{1}{Fr_0^2} |A_1|^2 \right) \\
= \left\{ -2S_0 - \alpha k^2 + \frac{4}{3} S_0 (A_1^* B_1 + A_1 B_1^*) - \frac{28}{9} S_0 |A_1|^2 \right\} (A_1^* B_1 - A_1 B_1^*)
\end{aligned} \tag{4.41}$$

式(4.38)  $\times B_1^*$  + 式(4.39)  $\times B_1$  により次式が得られる。

$$\begin{aligned}
\frac{d|B_1|^2}{dt} + ik \frac{1}{Fr_0^2} (A_1^* B_1 - A_1 B_1^*) \\
= -4S_0 |B_1|^2 - 2\alpha k^2 |B_1|^2 - \frac{56}{9} S_0 |A_1|^2 |B_1|^2 \\
+ \left\{ \frac{4}{3} S_0 + 4S_0 |B_1|^2 - \frac{140}{27} |A_1|^2 - \frac{28}{9} S_0 (A_1^* B_1 + A_1 B_1^*) \right\} (A_1^* B_1 + A_1 B_1^*)
\end{aligned} \tag{4.42}$$

式(4.37)  $\times B_1$  + 式(4.38)  $\times A_1^*$  + 式(4.36)  $\times B_1^*$  + 式(4.39)  $\times A_1$  により次式を得る。

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}(A_1^* B_1 + A_1 B_1^*) \\
= \frac{8}{3} S_0 |A_1|^2 + \frac{8}{3} S_0 |A_1|^2 |B_1|^2 + \frac{280}{27} S_0 |A_1|^4 \\
+ \left\{ -2S_0 - \frac{28}{3} S_0 |A_1|^2 - \alpha k^2 + \frac{4}{3} S_0 (A_1^* B_1 + A_1 B_1^*) \right\} (A_1^* B_1 + A_1 B_1^*)
\end{aligned} \tag{4.43}$$

また，この式(4.43)は次式のようにも表せる。

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}(A_1^* B_1 + A_1 B_1^*) \\
= \frac{8}{3} S_0 |A_1|^2 + \frac{24}{3} S_0 |A_1|^2 |B_1|^2 + \frac{280}{27} S_0 |A_1|^4 \\
\left\{ -2S_0 - \frac{28}{3} S_0 |A_1|^2 - \alpha k^2 \right\} (A_1^* B_1 + A_1 B_1^*) + \frac{4}{3} S_0 (A_1^* B_1 - A_1 B_1^*)^2
\end{aligned} \tag{4.44}$$

これら式(4.40)～(4.44)は，すべて  $|A_1|^2$ ，  $|B_1|^2$ ，  $A_1^*B_1 - A_1B_1^*$ ，  $A_1^*B_1 + A_1B_1^*$  で表されることがわかる．ここで，  $|A_1|^2$ ，  $|B_1|^2$ ，  $A_1^*B_1 - A_1B_1^*$ ，  $A_1^*B_1 + A_1B_1^*$  をそれぞれ  $a$ ，  $b$ ，  $ic$ ，  $d$  と置くと，式(4.40)～(4.44)はつぎのように表される．

$$\frac{da}{dt} + kc = 0 \quad (4.45)$$

$$\frac{dc}{dt} + 2k \left( b - \frac{1}{Fr_0^2} a \right) = \left( -2S_0 - \alpha k^2 + \frac{4}{3} S_0 d - \frac{28}{9} S_0 a \right) c \quad (4.46)$$

$$\frac{db}{dt} - \frac{k}{Fr_0^2} c = -4S_0 b - 2\alpha k^2 b - \frac{56}{9} S_0 ab + \left( \frac{4}{3} S_0 + 4S_0 b + \frac{140}{27} S_0 a - \frac{28}{9} S_0 d \right) d \quad (4.47)$$

$$\frac{dd}{dt} = \frac{8}{3} S_0 a + \frac{8}{3} S_0 ab + \frac{280}{27} S_0 a^2 + \left( -2S_0 - \alpha k^2 - \frac{28}{3} S_0 a + \frac{4}{3} S_0 d \right) d \quad (4.48)$$

$$\frac{dd}{dt} = \frac{8}{3} S_0 a + \frac{24}{3} S_0 ab + \frac{280}{27} S_0 a^2 + \left( -2S_0 - \alpha k^2 - \frac{28}{3} S_0 a \right) d - \frac{4}{3} S_0 c^2 \quad (4.49)$$

ここに，  $a$ ，  $b$ ，  $c$ ，  $d$  は実数である．

平衡状態で  $da/dt$ ，  $db/dt$ ，  $dc/dt$ ，  $dd/dt$  がゼロより，式(4.45)から(4.49)により以下の関係を得る．

$$c = 0 \quad (4.50)$$

$$b = \frac{1}{Fr_0^2} a \quad (4.51)$$

$$d = \frac{2}{Fr_0} a \quad (4.52)$$

$$a = 0 \quad , \quad \frac{(6S_0 + 3\alpha k^2 - 4S_0 Fr_0) Fr_0}{\left( 12 - 28Fr_0 + \frac{140}{9} Fr_0^2 \right) S_0} \quad (4.53)$$

この式から，平衡状態での  $a$  つまり  $|A_1|^2$  が，0もしくは  $k$  によって決まる値となることが分かる．ここで， $a$  の安定解析を行うために， $a$ ， $b$ ， $c$ ， $d$  それぞれの摂動  $\delta a$ ， $\delta b$ ， $\delta c$ ， $\delta d$  を与えた状態を考える．この時，式(4.45)～(4.48)は，以下のようなになる．

$$\frac{d\delta a}{dt} + k\delta c = 0 \quad (4.54)$$

$$\frac{d\delta c}{dt} + 2k \left( \delta b - \frac{1}{Fr_0^2} \delta a \right) = \left( -2S_0 - \alpha k^2 - \frac{28}{9} S_0 a + \frac{4}{3} S_0 d \right) \delta c \quad (4.55)$$



$$\begin{aligned} \frac{d\delta b}{dt} - \frac{k}{Fr_0^2} \delta c = & \left( -\frac{56}{9} S_0 b + \frac{140}{27} S_0 d \right) \delta a + \left( -4S_0 - 2\alpha k^2 - \frac{56}{9} S_0 a + 4S_0 d \right) \delta b \\ & + \left( \frac{4}{3} S_0 + 4S_0 b - \frac{140}{27} S_0 a - \frac{56}{9} S_0 d \right) \delta d \end{aligned} \quad (4.56)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\delta d}{dt} = & \left( \frac{8}{3} S_0 + \frac{8}{3} S_0 b + \frac{560}{27} S_0 a - \frac{28}{3} S_0 d \right) \delta a + \frac{8}{3} S_0 a \delta b \\ & + \left( -2S_0 - \alpha k^2 - \frac{28}{3} S_0 a + \frac{8}{3} S_0 d \right) \delta d \end{aligned} \quad (4.57)$$

また， $(A_1^* B_1 + A_1 B_1^*)^2 = (A_1^* B_1 - A_1 B_1^*)^2 + 4|A|^2 |B|^2$  の関係と式(4.50)～(4.52)の関係を  
用いて，つぎの関係が成り立つ．

$$\delta d = \frac{1}{Fr_0} \delta a + Fr_0 \delta b \quad (4.58)$$

式(4.52)，式(4.54)を式(4.55)に代入することにより，次式を得る．

$$\frac{d^2 \delta a}{dt^2} - P \frac{d\delta a}{dt} - 2k^2 \left( \delta b - \frac{1}{Fr_0^2} \delta a \right) = 0 \quad (4.59)$$

ここに， $P$ は次式で表される．

$$P = -2S_0 - \alpha k^2 + \left( -\frac{28}{9} + \frac{8}{3} \frac{1}{Fr_0} \right) S_0 a \quad (4.60)$$

また，式(4.51)，式(4.52)，式(4.54)，式(4.58)を式(4.56)に代入することにより，次式を得る．

$$\frac{d\delta b}{dt} + \frac{1}{Fr_0^2} \frac{d\delta a}{dt} = Q \delta a + R \delta b \quad (4.61)$$

ここに， $Q$ ， $R$ は以下の通りである．

$$Q = \left\{ \frac{4}{3} + \left( \frac{4}{Fr_0^2} - \frac{168}{9} \frac{1}{Fr_0} + \frac{420}{27} \right) a \right\} \frac{S_0}{Fr_0} \quad (4.62)$$

$$R = -4S_0 - 2\alpha k^2 + \frac{4}{3} S_0 Fr_0 + \left( \frac{12}{Fr_0^2} - \frac{168}{9} \frac{1}{Fr_0} + \frac{140}{27} \right) S_0 Fr_0 a \quad (4.63)$$

式(4.59)と(4.61)により，次式に示す $\delta a$ のみの式が得られる．

$$\frac{d^3 \delta a}{dt^3} - (P + R) \frac{d^2 \delta a}{dt^2} + \left( 4 \frac{k^2}{Fr_0^2} + PR \right) \frac{d\delta a}{dt} - 2k^2 \left( Q + \frac{1}{Fr_0^2} R \right) \delta a = 0 \quad (4.64)$$

$\delta a$  を  $e^{\lambda t}$  と置くと、式(4.64)から次式が得られる。

$$\lambda(\lambda^2 - p\lambda + q) = r \quad (4.65)$$

ここに、 $p$ 、 $q$ 、 $r$  は以下のように表される。

$$p = P + R \quad (4.66)$$

$$q = 4 \frac{k^2}{Fr_0^2} + PR \quad (4.67)$$

$$r = 2k^2 \left( Q + \frac{1}{Fr_0^2} R \right) \quad (4.68)$$

$r = 0$  の時、式(4.65)の左辺を  $\lambda$  の 3 次関数と考えれば、図-4.20 の実線に示すような関数となる。この時、式(4.65)の解は、 $\lambda = 0$  となる。つまり、 $r = 0$  の時、中立な状態であり、この図からも明らかなように  $r$  が動くことで、 $\lambda$  が正か負に変わることがわかる。 $a$  が安定となるには、 $\lambda$  が負となる必要があるので、 $r < 0$ 、つまり次式を満たす必要がある。

$$-2S_0 - \alpha k^2 + \frac{4}{3} S_0 Fr_0 + \left( \frac{8}{Fr_0^2} - \frac{56}{3} \frac{1}{Fr_0} + \frac{280}{27} \right) S_0 Fr_0 a < 0 \quad (4.69)$$

$a = 0$  の時、この式(4.69)より、 $k$  がつぎに示すような領域である必要がある。

$$k > \sqrt{\frac{2S_0}{\alpha} \left( \frac{2}{3} Fr_0 - 1 \right)} \approx 1.4295... \quad (4.70)$$

これは、先ほど示した図-4.18 の青の領域にほぼ一致することがわかる。つまり、 $|A_1| = 0$  は、安定であることがわかる。

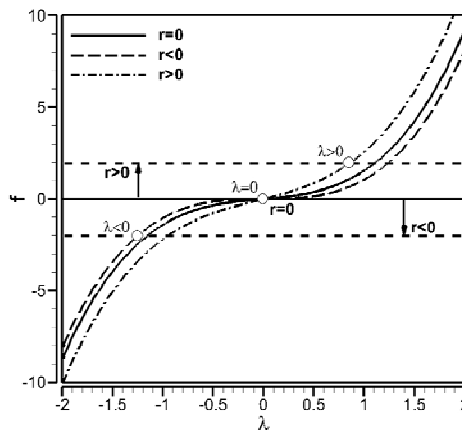


図-4.20  $\lambda$  の 3 次関数

これに対して， $a \neq 0$ の時，つまり式(4.53)の二つ目の解である場合， $a > 0$ となるためには，式(4.70)と同様の関係式を満たす必要がある．しかし，この解が安定であるためには，この $a$ を式(4.69)に代入した次式を満たす必要がある．

$$k < \sqrt{\frac{2S_0}{\alpha} \left( \frac{2}{3} Fr_0 - 1 \right)} \approx 1.4295... \quad (4.71)$$

したがって， $a \neq 0$ の場合，式(4.70)の領域では， $\lambda_1$ が正の値となるため，摂動 $\delta a$ は増幅し， $a$ が不安定となることが分かる．ここまでのことをまとめると図-4.21のようになる．この図の横軸は $k$ ，縦軸は $|A_1|$ である．この図に示すように， $k < 1.43$ では擾乱が発達し，安定した $|A_1|$ は存在しない．これに対して， $k > 1.43$ の時， $|A_1| = 0$ 周りでは，擾乱が発達せずゼロに収束する．また， $|A_1| \neq 0$ の場合，解が不安定であるため，その付近の $|A_1|$ はゼロに収束するか発散することになる．以上のように， $A_1$ と $B_1$ のみを考慮した場合の解析では，擾乱が発達し，最終的に安定するような $k$ がないことがわかる．

つぎに，2次以降の項を考慮した場合の結果を示す．まず， $A_1 \sim A_2$ ， $B_1 \sim B_2$ まで考慮した場合の解析結果として，十分な時間経過後の $|A_1|$ のコンターを図-4.22に示す．先ほどの $A_1$ と $B_1$ のみを考慮した解析結果とは異なり，赤と青の領域の間に $|A_1|$ が時間的に安定した領域が表れていることがわかる．さらに， $A_1 \sim A_3$ ， $B_1 \sim B_3$ まで考慮した場合の解析結果を示す．図-4.23は，十分な時間経過後の $|A_1|$ のコンターを示したものである．この図から， $A_1 \sim A_2$ ， $B_1 \sim B_2$ まで考慮した場合と同様， $|A_1|$ が時間的に安定した領域が存在することがわかる．また， $A_1 \sim A_2$ ， $B_1 \sim B_2$ まで考慮した場合に比べて，この安定した領域が左側に，つまり $k$ の値がより小さな領域まで広がっており， $|A_1|$ の値が比較的大きくなっ

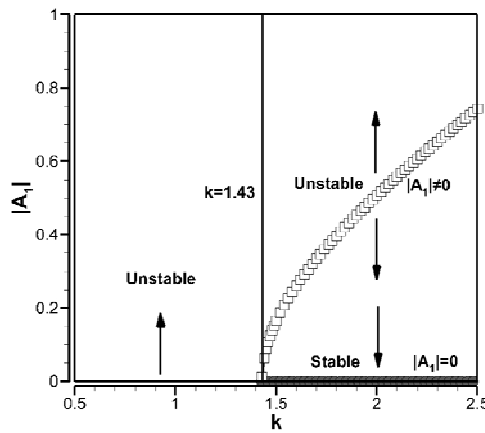


図-4.21  $|A_1|$ と $k$ の関係( $A_1$ と $B_1$ のみ考慮)

ている．この安定した領域にある点として， $k=1.0$ ， $\omega_r=1.0$ とした時の $|A_1| \sim |A_3|$ ， $|B_1| \sim |B_3|$ の時間経過を図-4.24に示す．この図から，時間の経過とともに， $|A_1| \sim |A_3|$ ， $|B_1| \sim |B_3|$ は，それぞれ増加していくが，ある程度の時間経過後に，ほぼ一定の値となり安定した状態となることがわかる．しかし，十分な時間が経過した後の $|A_1|$ の時間経過を示した図-4.25からも明らかなように， $|A_1| \sim |A_3|$ ， $|B_1| \sim |B_3|$ は，一定の値に漸近するのではなく，ある一定値の周りを中心に微小に変動していることがわかる．この時の $A_{nr}$ ， $A_{ni}$ ， $B_{nr}$ ， $B_{ni}$ の時間の経過を図-4.26，図-4.27に示すと，ある値に漸近することなく，それぞれの値が， $|A_1| \sim |A_3|$ ， $|B_1| \sim |B_3|$ を維持するように相互作用しながら変化していることがわかる．この $k=1.0$ ， $\omega_r=1.0$ での波形の時間経過を図-4.28に示す．この図は，横軸を $\theta$ ，縦軸を $h'$ とし， $\theta=0$ で $h'$ が最小値となるようにして表したものである．この図から，時間の経過とともに，擾乱が発達し，転波列が形成されていくことが確認でき

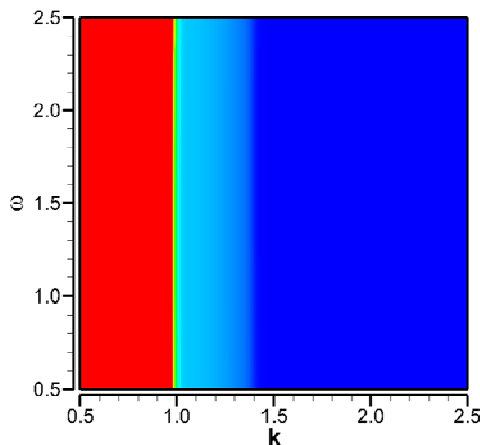


図-4.22  $|A_1|$ のコンター  
(2次まで考慮)

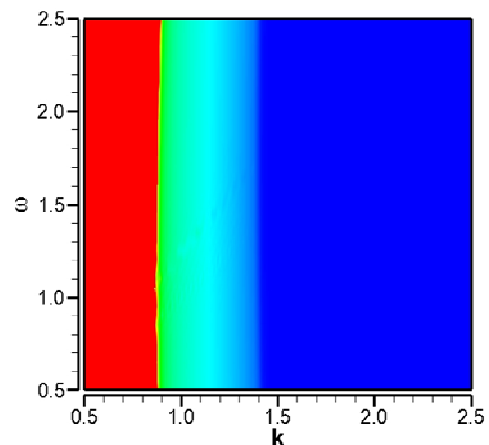


図-4.23  $|A_1|$ のコンター  
(3次まで考慮)

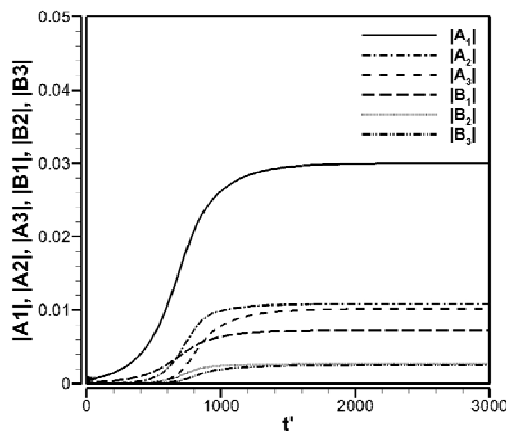


図-4.24  $|A_1| \sim |B_3|$ の時間経過  
(3次まで考慮)

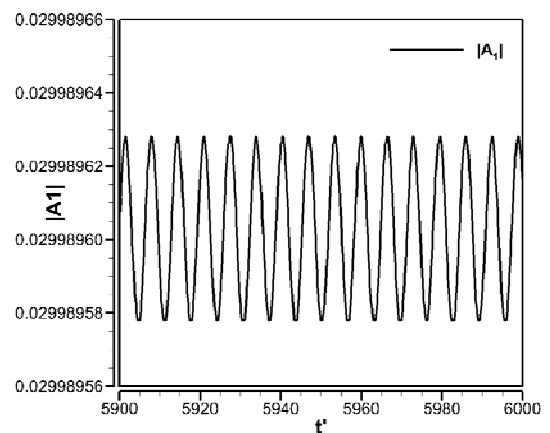


図-4.25  $|A_1|$ の時間経過の拡大図  
(3次まで考慮)

る．また， $t'=1500$ 以降では， $t'=6000$ の実線の波形とほぼ同じ波形となり，ほとんど変形しない状態となることが確認された．この点（ $k=1.0$ ， $\omega_r=1.0$ ）に代表されるように，図-4.23に示す波形が安定する領域は，先ほどの $A_1$ と $B_1$ のみの解析では発散していた領域であり， $A_2$ ， $A_3$ ， $B_2$ ， $B_3$ を考慮することで，その相互作用により表れた領域と言える．つぎに，図-4.23から $k$ に対する最大の $|A_1|$ をプロットしたものを図-4.29に示す．この図からわかるように， $k$ の減少とともに，波形が安定する領域が表れ， $|A_1|$ が増加していくことがわかる．また， $k$ がある程度小さくなると，それ以下の $k$ では，安定した波形が得られず発散していることがわかる．これは，擾乱の波長が長くなるとともに，安定した形が得られなくなることの意味している．前節で示した擾乱を与えた場合の数値解析結果について振り返って見てみると，擾乱周期の増加，つまり波長の増加と

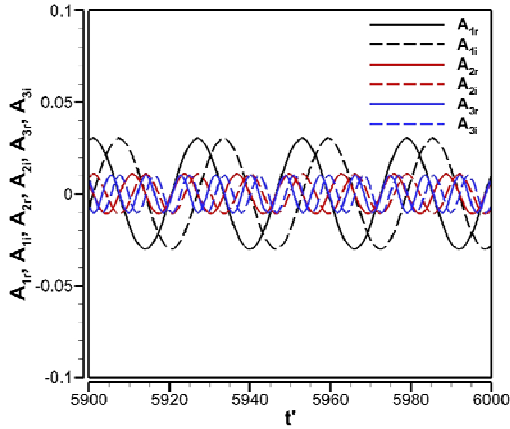


図-4.26  $A_{nr}$ ， $A_{ni}$ の時間経過  
( $k=1.0$ ， $\omega_r=1.0$ )

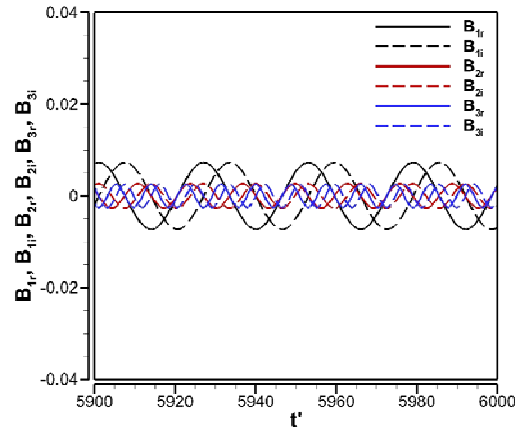


図-4.27  $B_{nr}$ ， $B_{ni}$ の時間経過  
( $k=1.0$ ， $\omega_r=1.0$ )

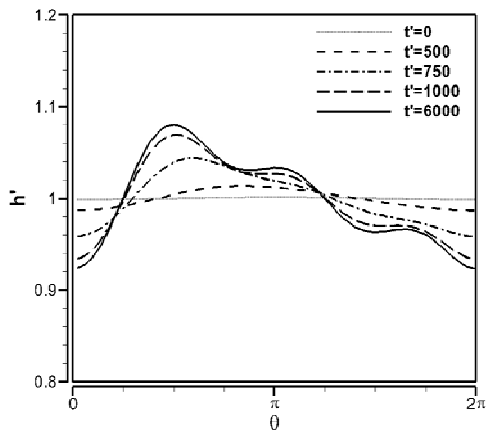


図-4.28 波形の時間経過  
( $k=1.0$ ， $\omega_r=1.0$ )

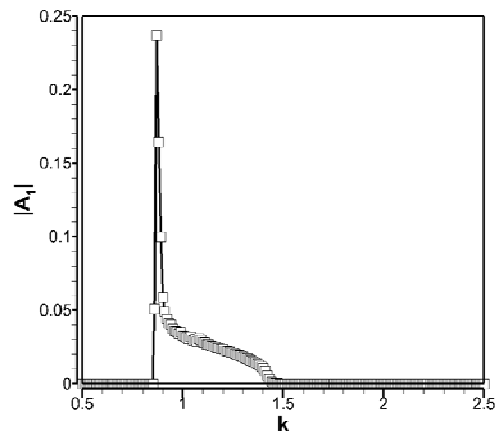


図-4.29  $k$ に対する最大の $|A_1|$

ともに、波高が増大し、擾乱の波長がある程度の長さになると波形がランダムな状態となっている。このことから、数値解析から得られた結果が本節で得られた理論解析の傾向に対応していることがわかる。ただし、この3次までを考慮した結果では、安定する $k$ の範囲が約0.85～1.43となっており、波長とすれば、非常に短く、数値解析結果とは大きな差がある。これは、一つとして、渦動粘性係数の係数 $\alpha$ の値が原因として考えられる。安定した波形が得られる最大の $k$ は先ほどの安定解析によって式(4.70)の右辺で評価される値となる。この式により、 $\alpha$ の値がより大きな値となれば、安定した波形の得られる最大の $k$ は小さくなるので、安定する領域はより小さな値となる。また、本解析では、3次までしか考慮していないことから、より高次の項を考慮する必要があると考えられる。先ほど比較したように、2次まで考慮したものと3次まで考慮したものでは、3次まで考慮した場合のほうが安定する $k$ の範囲が広がっており、より高次の項を考慮すれば、さらに範囲が拡大することが予想される。これらのことから、この理論解析結果と数値解析結果では、安定する波長の範囲は大きく異なるが、得られた理論解析結果から平衡状態での安定な波長の存在範囲があることが示されたと言える。

## 4.5 まとめ

本章では、動的平衡に着目した転波列の発達過程に関する検討するために、室内実験、浅水流方程式を用いた一次元数値解析、理論解析を行った。得られた結論をまとめると以下の通りである。

- 室内実験により、転波列の発達過程において波同士の合体により、波長が下流方向で増加傾向にあることが確認された。
- 擾乱を与えないで転波列の一次元数値解析を行った結果、実験で見られた波長の下流方向への増加傾向は、ある程度下流に進むとみられなくなることがわかった。
- 擾乱を与えない一次元数値解析により、転波列が十分に発達し平衡状態になると、波長や波高が一意に決まることなくある存在範囲内で動的に分布していることが確認された。

- 一定周期の擾乱を与えた転波列の数値解析を行い，与える擾乱周期が違うことで，転波列の発達過程に大きな違いがあり，安定して存在する波長があることが確認された．
- 一定周期の擾乱を与えた場合，その擾乱周期によって与えられる波長と動的平衡状態での転波列の波長の存在範囲を比較することにより，存在範囲より大きな波長となる擾乱では，安定した波長が得られず，擾乱を与えない場合の解析に近いいくつかの波長が混在するような結果になることを示した．
- 擾乱の時間発展式を導出し，その式から解析を行い，1次のみの場合，安定した波形は得られないが，2次以上の項を考慮することで，安定する波形の存在する波数 $k$ の領域が表れることを示した．
- 擾乱の時間発展式による解析結果から得られた波形が安定する波長の存在領域の傾向が数値解析結果で得られた傾向と同じであることを示した．

## 参考文献

- [1] Cornish, V. : Wave of the sea and other water waves, *T. Fisher*, London, 1910.
- [2] Jeffreys, H. : The flow of water in an inclined channel of rectangular section, *Phil. Mag.*, Ser.6, Vol.49, 1925.
- [3] Craya, A. : The Criterion of the Possibility of Roll Wave Formation, Gravity Waves, *Circ.* 521, pp.141-151, 1952.
- [4] Iwasa, Y. : The criterion for instability of steady uniform flows in open channels, *Memoirs of the Fac. Eng.*, Kyoto University, Vol.16, No.4, PP.264-275, 1954.
- [5] Vedernikov, V. V. : Conditions at the Front of a Translation Wave Disturbing a Steady Motion of a Real Fluid, *U.S.S.R. Academy of Sciences Comptes Rendus (Doklady)*, 48(4), pp.239-242, 1945.
- [6] Vedernikov, V. V. : Characteristics Features of a Liquid Flow in an Open Channel, *U.S.S.R. Academy of Sciences Comptes Rendus (Doklady)*, 52(3), pp.207-210, 1946.
- [7] Dressler, R.F. : Mathematical solution of the problem of roll-wave in inclined open channels, *Communications on Pure and Applied Mathematics*, Vol.2, No.213, pp.149-194, 1949.
- [8] 石原 藤次郎, 岩垣 雄一, 岩佐 義朗 : 急斜面上の層流における転波列の理論—薄層流に関する研究 (第5報) —, 土木学会論文集, 第19号, pp.46-57, 1954.
- [9] 岩垣 雄一, 岩佐 義朗 : 転波列の水理学的特性について—薄層流に関する研究 (第7報) —, 土木学会誌, 40-1, pp.5-12, 1955.
- [10] 五十嵐 章, 泉典 洋, 細田 尚 : 転波列の発達過程, 水工学論文集, 第48 卷, pp.493-498, 2004.
- [11] Brock, R.R. : Development of roll waves in open channels, Report No.KH-R-16, W.M.Kech Laboratory, California Institute of Technology, pp226, 1967.
- [12] Leonard, B.P. : A stable and accurate convective modelling procedure based on quadratic upstream interpolation, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 19(1), pp59-98. 1979.
- [13] Hirsch, C : Numerical Computation of Internal and External Flows, Vol.2, John Wiley and Sons, Inc. 1988.



## 第5章 陸上を遡上する津波の基本特性

### 5.1 概説

我が国では，沿岸地域に人口・商業地域等が集中しており，津波が遡上すれば，大きな損失を被ることになりかねない．このことから，今後起こり得る津波に対して，適切な対策を講じていくことが急務である．津波に対して効果的な津波対策を考えていくためには，津波遡上の特性をよく理解しておく必要があり，この特性を明らかにするために，津波を対象とした，実験，数値シミュレーション，理論など様々なアプローチから研究が行われている．そのなかで，理論的アプローチをした研究は，その現象の基本特性を理解していく上で有効な方法の一つと言える．これまでに，傾斜堤[1]や傾斜海浜において遡上する波[2]，岸壁を越流する波を対象としたもの[3]など，様々なケースを対象とした波の遡上に関する理論的な検討が行われている．これらの対象は沖から海岸線付近を中心とした現象に着目したものであり，津波が陸地に遡上し，ある程

度長い距離を遡上した場合、どのように遡上過程が進行していくかについては、あまり議論されていない。平野などの比較的水平的な陸上では、津波の遡上が傾斜地に比べ、広範囲となり被害が大きくなると考えられる。このような広範囲に及ぶ津波の遡上が、どのように進行していくのか、その特性を明らかにしておくことは、津波対策を考える上で重要であり、工学的に有用である。

津波の遡上特性を把握するための理論の構築や解析の多くが水粒子の鉛直方向の運動が十分に小さいとして流体の運動方程式を水深方向に積分したモデル（浅水流方程式）を基礎としている。特に、浅水域や遡上域は、非線形項と摩擦項が比較的大きくなり、これらの項の影響が無視できない領域[4]となる。このような領域では、浅水理論としてこの浅水流方程式が用いられる。例えば、相田[5]、岩崎・真野[6]は、陸上に浸水した津波の特性について検討するために、この式を用いた数値解析による計算方法をそれぞれ提案している。しかし、数値解析での浅水流方程式の適用が多く見られる一方で、理論的な議論はあまりなされていない。本研究では、陸上への津波遡上を対象として、浅水流方程式を基礎とした理論的検討を行う。

まず、5.2では、水平的な陸上に遡上する津波を対象として、相似解法を適用し、その理論解の導出を行う[7,8]。相似解法は、ダム破壊流れ[9]や多孔質媒体への水の流入[10]などの流れ場で適用されており、例えば、有限領域でのダム破壊流れ[9]を対象とした場合には、有限領域の境界での水位の低下率とその境界から波の先端までの距離の変化率を導出し、流れの特性を考察している。ここでは、この相似解法を陸上での津波遡上に適用する。これにより、流入口での水位の上昇率、流入口での流速の変化率、浸水距離の変化率の間で成立する関係を導出し、その基本特性について検討する。この相似解の導出のために、慣性項と圧力項が卓越する慣性-圧力領域と圧力項と摩擦項が卓越する圧力-摩擦領域の二つの領域に時間的に分け、それぞれについて検討する。その際、相似解法に基づく慣性-圧力領域については、比較的限定的な条件で見られる特性であることを示すと同時に、数値解析により、浸水開始直後の瞬間的な条件で表れる可能性があることを示す。これに対して、圧力-摩擦領域については、遡上開始からある程度の時間経過後に見られ、水位が減少するような場合においてもその相似解が存在することを示す。

5.3では、津波の陸上への遡上開始直後における特性について検討を行うために、特性曲線法に基づく理論解の導出を行う。特性曲線法は、浅水流方程式から導かれる特性曲線とその曲線上で成り立つ関係を用いて、未知の物理量を求める古くから用いられる手法である。特性曲線法に基づく理論解析として、例えば、無限領域のダム破壊流れ[11]を対象としたものがあり、先端の浸水速度や水深と流速の時間と空間座標による関数として導出している。ここでは、

津波の陸上への浸水開始直後の遡上過程を対象に，この特性曲線法を適用する．浸水開始直後は，慣性項と圧力項が卓越し，摩擦項が無視できるものとして議論を進める．まず，津波浸水開始直後の浸水距離は，浸水開始地点の水位の変化に関わらず，線形的に変化していくことを理論的に示す．また，この遡上過程における水深と流速の理論解を導出する．得られた理論解は，数値解析結果と比較することにより，その妥当性を検証する．また，沖から発生した波が陸上に遡上していく過程を対象とした実験を行い，理論的特性が妥当であるか，実験結果と理論とを比較することにより検証する．

5.4では，対象を防潮堤を越流した後に水平な陸上を遡上する津波として，相似解法を適用する．対象とする流れは，防潮堤を越流直後において，水平陸上での流れが全領域で射流となる過程と，ある程度の時間経過後に，底面摩擦の影響から跳水が起き，流れの一部が常流となる過程の二つの過程が考えられる．ここでは，この二つの過程それぞれの相似解の誘導を行い，その特性について検討する．得られた相似解は，数値解析及び実験により，その妥当性を検証する．

最後に，5.5で，本章で得られた結論をまとめる．

## 5.2 津波の遡上特性に関する相似解法に基づく検討

### 5.2.1 基礎式

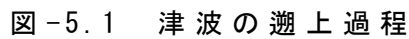
まず，1次元浅水流方程式に自己相似解法を適用し，相似解の誘導を行う．図-5.1のように，水位の上昇により水平面の陸地に津波が浸入していく過程を対象として考える．用いる基礎式は，以下の連続式と運動方程式からなる浅水流方程式である．

$$[\text{連続式}] \quad \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial hu}{\partial x} = 0 \quad (5.1)$$

$$[\text{運動方程式}] \quad \frac{\partial hu}{\partial t} + \frac{\partial hu^2}{\partial x} + gh \frac{\partial h}{\partial x} = -\frac{gn^2}{h^{1/3}} u|u| \quad (5.2)$$

ここに， $t$ ：時間， $x$ ：空間座標， $h$ ：水深， $u$ ：水深平均流速， $g$ ：重力加速度， $n$ ：マニング粗度係数である．

まず，浸水開始地点（図における点 $O$ ）から浸水位置先端までの水深と流速の空間分布が，点 $O$ から先端までの距離 $l(t)$ の無次元化によりそれぞれ相似関数


$$h = h_0(t)p\left(\frac{x}{l(t)}\right), \quad u = u_0(t)q\left(\frac{x}{l(t)}\right) \quad (5.3)$$

式(5.3)を式(5.1), (5.2)に代入すると次のような常微分方程式(5.4), (5.5)が得られる.

$$\begin{aligned} \frac{dh_0(t)u_0(t)}{dt} p(\xi)q(\xi) - h_0(t)u_0(t) \frac{\xi}{l(t)} \frac{dl}{dt} \frac{dp(\xi)q(\xi)}{d\xi} + \frac{h_0(t)u_0(t)^2}{l(t)} \frac{d}{d\xi} (p(\xi)q(\xi)^2) \\ + \frac{g}{2} \frac{h_0(t)^2}{l(t)} \frac{dp(\xi)^2}{d\xi} = -gn^2 \frac{u_0(t)|u_0(t)|}{h_0^{1/3}} \frac{q(\xi)^2}{p(\xi)} \end{aligned} \quad (5.5)$$

$$h_0(t) = \alpha t^a, \quad u_0(t) = \beta t^b, \quad l(t) = \gamma t^c \quad (5.6)$$
$$a\alpha p(\xi)t^{a-1} - c\alpha\xi \frac{dp}{d\xi}t^{a-1} + \frac{\alpha\beta}{\gamma} \frac{d}{d\xi}(p(\xi)q(\xi))t^{a+b-c} = 0 \quad (5.7)$$

$$\begin{aligned} & \alpha\beta(a+b)p(\xi)q(\xi)t^{a+b-1} - \alpha\beta c\xi \frac{dp(\xi)q(\xi)}{d\xi} t^{a+b-1} + \frac{\alpha\beta^2}{\gamma} \frac{d}{d\xi} (p(\xi)q(\xi)^2) t^{a+2b-c} \\ & + \frac{g}{2} \frac{\alpha^2}{\gamma} \frac{d}{d\xi} (p(\xi)^2) t^{2a-c} = -gn^2 \frac{\beta|\beta|}{\alpha^{1/3}} \frac{q(\xi)^2}{p(\xi)^{1/3}} t^{2b-a/3} \end{aligned} \quad (5.8)$$

### 5.2.2 慣性-圧力領域

式(5.8)において，底面摩擦力の項を無視した場合，式(5.7)，(5.8)から式(5.9)のような  $a$ ， $b$ ， $c$  の関係式を得る．

$$b = \frac{a}{2}, \quad c = \frac{a+2}{2} \quad (5.9)$$

この関係式は，例えば，点  $O$  での水位の上昇が，時間に関して1次で上昇したとすれば ( $a=1$ )，浸水距離  $l(t)$  は， $t^{3/2}$  に比例して変化し，先端の流速が加速していくことがわかる．つまり，点  $O$  での水位が変化する割合と浸水距離，点  $O$  での流速の変化する割合の関係を決定する関係式である．この関係から， $a$  が正の値である限り， $b$  は0以上， $c$  は1以上となることが分かる．これは，この領域において，水位が上昇する限り，浸水開始地点と津波の先端における流速が加速していくことを示している．このような慣性項と圧力項が卓越する領域を以降，慣性-圧力領域と呼ぶことにする．

この領域において，浸水開始地点におけるフルード数  $Fr_0$  を先ほどの関係式(5.9)を用いて表すと，次式に示すように一定となることがわかる．

$$Fr_0 = \frac{u_0(t)}{\sqrt{gh_0(t)}} = \frac{\beta t^{a/2}}{\sqrt{g \cdot \alpha t^a}} = \frac{\beta}{\sqrt{g\alpha}} \quad (5.10)$$

つぎに，この領域における水深と流速の分布を示す相似関数  $p(\xi)$ ， $q(\xi)$  の導出について検討する．相似関数  $p(\xi)$ ， $q(\xi)$  をつぎのように  $\xi$  の多項式とする．

$$p(\xi) = 1 + p_1\xi + p_2\xi^2 + p_3\xi^3 \quad (5.11)$$

$$q(\xi) = 1 + q_1\xi \quad (5.12)$$

これら式(5.11)と式(5.12)を式(5.7)と摩擦項を無視した式(5.8)に代入することで，つぎの関係式を得る．

$$a + B(p_1 + q_1) + \{ap_1 - cp_1 + 2B(p_2 + p_1q_1)\}\xi + \dots = 0 \quad (5.13)$$

$$\begin{aligned} & (a+b) + 2Ap_1 + B(p_1 + 2q_2) + \{(a+b-c)(p_1 + q_1) + 2A(2p_2 + p_1^2) \\ & + 2B(p_2 + 2p_1q_1 + q_1^2)\}\xi + \dots = 0 \end{aligned} \quad (5.14)$$

ここに，  $A$  と  $B$  は次式で表される．

$$A = \frac{g\alpha}{2\beta\gamma}, \quad B = \frac{\beta}{\gamma} \quad (5.15)$$

式(5.13)と(5.14)より，  $\xi$  の0次と1次の関係からつぎのような関係を得る．

$$a + B(p_1 + q_1) = 0 \quad (5.16)$$

$$ap_1 - cp_1 + 2B(p_2 + p_1q_1) = 0 \quad (5.17)$$

$$a + b + B(p_1 + 2q_1) + 2Ap_1 = 0 \quad (5.18)$$

$$(a + b - c)(p_1 + q_1) + 2A(2p_2 + p_1^2) + 2B(p_2 + 2p_1q_1 + q_1^2) = 0 \quad (5.19)$$

$\xi = 1$ において，水深はゼロとなることからつぎの関係式を得る．

$$1 + p_1 + p_2 + p_3 = 0 \quad (5.20)$$

また，先端での流速  $u_{\xi=1}$  が浸水していく速度  $dl(t)/dt$  と一致するという条件より，つぎの関係式を得る．

$$1 + q_1 = \frac{c}{B} \quad (5.21)$$

式(5.16)～式(5.21)より，  $A$ ，  $B$ ，  $p_1$ ，  $p_2$ ，  $p_3$ ，  $q_1$  は以下のように表される．

$$A = \frac{9a + 8 \pm \sqrt{16 - 3a^2}}{24} \frac{-3a - 4 \pm \sqrt{16 - 3a^2}}{-9a - 4 \pm \sqrt{16 - 3a^2}} \quad (5.22)$$

$$B = \frac{9a + 8 \pm \sqrt{16 - 3a^2}}{12} \quad (5.23)$$

$$p_1 = 1 - \frac{6(3a + 2)}{9a + 8 \pm \sqrt{16 - 3a^2}} \quad (5.24)$$

$$p_2 = 1 - \frac{9(3a + 2)}{9a + 8 \pm \sqrt{16 - 3a^2}} + \frac{18(3a + 2)^2}{(9a + 8 \pm \sqrt{16 - 3a^2})^2} \quad (5.25)$$

$$p_3 = -3 + \frac{15(3a + 2)}{9a + 8 \pm \sqrt{16 - 3a^2}} - \frac{18(3a + 2)^2}{(9a + 8 \pm \sqrt{16 - 3a^2})^2} \quad (5.26)$$

$$q_1 = \frac{6(a + 2)}{9a + 8 \pm \sqrt{16 - 3a^2}} - 1 \quad (5.27)$$

これらから，次式に示すとおり，浸水開始地点におけるフルード数  $Fr_0$  と  $a$  ( $a > 0$ ) の関係が得られる．

$$Fr_0 = \sqrt{\frac{B}{2A}} = \sqrt{1 + \frac{6a}{3a+4 \pm \sqrt{16-3a^2}}} > 1 \quad (5.28)$$

この関係より，慣性-圧力領域である場合，浸水開始地点において，流れが射流となることがわかる．このことについて，さらに検討してみる．慣性-圧力領域において，水深と流速が次式のように表せるとする．

$$h = h_0(t) \cdot H(\xi, t), \quad u = u_0(t) \cdot U(\xi, t) \quad (5.29)$$

これらを連続式(5.1)と運動方程式(5.2)に代入することで次式を得る．

$$\begin{aligned} \frac{1}{h_0(t)} \frac{dh_0(t)}{dt} H(\xi, t) + \frac{\partial H(\xi, t)}{\partial t} - \frac{\xi}{l(t)} \frac{dl(t)}{dt} \frac{\partial H(\xi, t)}{\partial \xi} \\ + \frac{1}{l(t)} u_0(t) U(\xi, t) \frac{\partial H(\xi, t)}{\partial \xi} + \frac{g}{l(t)} \frac{h_0(t)}{u_0(t)} \frac{\partial H(\xi, t)}{\partial \xi} = 0 \end{aligned} \quad (5.30)$$

$$\begin{aligned} \frac{U(\xi, t)}{u_0(t)} \frac{du_0(t)}{dt} H(\xi, t) + \frac{\partial U(\xi, t)}{\partial t} - \frac{\xi}{l(t)} \frac{dl(t)}{dt} \frac{\partial U(\xi, t)}{\partial \xi} \\ + \frac{1}{l(t)} u_0(t) U(\xi, t) \frac{\partial U(\xi, t)}{\partial \xi} + \frac{g}{l(t)} \frac{h_0(t)}{u_0(t)} \frac{\partial H(\xi, t)}{\partial \xi} = 0 \end{aligned} \quad (5.31)$$

ここで，浸水開始地点  $O$  における水深  $h_0(t)$ ，流速  $u_0(t)$ ，浸水距離  $l(t)$  が，式(5.6)に示すように時間のべき乗であるとする，式(5.30)，(5.31)は次式のように表される．

$$aH(\xi, t) + t \frac{\partial H(\xi, t)}{\partial t} - c\xi \frac{dH(\xi, t)}{d\xi} + \frac{\beta}{\gamma} U(\xi, t) \frac{\partial H(\xi, t)}{\partial \xi} + \frac{\beta}{\gamma} H(\xi, t) \frac{\partial U(\xi, t)}{\partial \xi} = 0 \quad (5.32)$$

$$bU(\xi, t) + t \frac{\partial U(\xi, t)}{\partial t} - c\xi \frac{dU(\xi, t)}{d\xi} + \frac{\beta}{\gamma} U(\xi, t) \frac{\partial U(\xi, t)}{\partial \xi} + g \frac{\alpha}{\beta\gamma} \frac{\partial H(\xi, t)}{\partial \xi} = 0 \quad (5.33)$$

ここで， $H(\xi, t)$ ， $U(\xi, t)$  を  $p(\xi)$ ， $q(\xi)$  に置き換えて，式(5.32)，(5.33)を  $\xi$  で積分すると次式が導かれる．

$$\frac{\beta}{\gamma} (p(\xi)q(\xi) - 1) - c\xi p(\xi) + (a+c) \int_0^\xi p(\xi) d\xi = 0 \quad (5.34)$$

$$\frac{1}{2} \frac{\beta}{\gamma} (q(\xi)^2 - 1) - c\xi q(\xi) + \frac{g\alpha}{\beta\gamma} (p(\xi) - 1) + (b+c) \int_0^\xi q(\xi) d\xi = 0 \quad (5.35)$$

ここで， $p(\xi)$ ， $q(\xi)$  を次式のように  $\xi$  の多項式とする．

$$p(\xi) = 1 + p'_1 \xi + p'_2 \xi^2 + p'_3 \xi^3 + p'_4 \xi^4 + p'_5 \xi^5 \quad (5.36)$$

$$q(\xi) = 1 + q'_1 \xi + q'_2 \xi^2 + q'_3 \xi^3 + q'_4 \xi^4 + q'_5 \xi^5 \quad (5.37)$$

これらを式(5.34)に代入し， $\xi$ で整理すると， $\xi$ の1次から5次までのそれぞれの項から，つぎのような関係が得られる．

$$\frac{\beta}{\gamma}(p'_1+q'_1)+a=0 \quad (5.38)$$

$$\frac{\beta}{\gamma}(p'_2+p'_1 q'_1+q'_2)+\frac{1}{2}(a-c)p'_1=0 \quad (5.39)$$

$$\frac{\beta}{\gamma}(p'_3+p'_1 q'_2+p'_2 q'_1+q'_3)+\frac{1}{3}(a-2c)p'_2=0 \quad (5.40)$$

$$\frac{\beta}{\gamma}(p'_4+p'_3 q'_1+p'_2 q'_2+p'_1 q'_3+q'_4)+\frac{1}{4}(a-3c)p'_3=0 \quad (5.41)$$

$$\frac{\beta}{\gamma}(p'_5+p'_4 q'_1+p'_3 q'_2+p'_2 q'_3+p'_1 q'_4+q'_5)+\frac{1}{5}(a-4c)p'_4=0 \quad (5.42)$$

同様にして，式(5.35)からつぎの関係が得られる．

$$\frac{g\alpha}{\beta\gamma}p'_1+\frac{\beta}{\gamma}q'_1+b=0 \quad (5.43)$$

$$\frac{g\alpha}{\beta\gamma}p'_2+\frac{1}{2}\frac{\beta}{\gamma}(2q'_2+q'^2_1)+\frac{1}{2}(b-c)q'_1=0 \quad (5.44)$$

$$\frac{g\alpha}{\beta\gamma}p'_3+\frac{1}{2}\frac{\beta}{\gamma}(2q'_3+2q'_1 q'_2)+\frac{1}{3}(b-2c)q'_2=0 \quad (5.45)$$

$$\frac{g\alpha}{\beta\gamma}p'_4+\frac{1}{2}\frac{\beta}{\gamma}(2q'_4+q'^2_2+2q'_1 q'_3)+\frac{1}{4}(b-3c)q'_3=0 \quad (5.46)$$

$$\frac{g\alpha}{\beta\gamma}p'_5+\frac{1}{2}\frac{\beta}{\gamma}(2q'_5+2q'_1 q'_4+2q'_2 q'_3)+\frac{1}{5}(b-4c)q'_4=0 \quad (5.47)$$

$\xi=1$ で水深  $h_{\xi=1}$  はゼロとなるという条件，流速  $u_{\xi=1}$  が浸水していく速度  $dl(t)/dt$  と一致するという条件から，つぎの二つの関係が得られる．

$$1+p'_1+p'_2+p'_3+p'_4+p'_5=0 \quad (5.48)$$

$$1+q'_1+q'_2+q'_3+q'_4+q'_5=\frac{\gamma}{\beta}c \quad (5.49)$$

これら式(5.38)から式(5.49)の関係から， $p'_1 \sim p'_5$ ， $q'_1 \sim q'_5$ ， $\beta$ ， $\gamma$  が求まる．



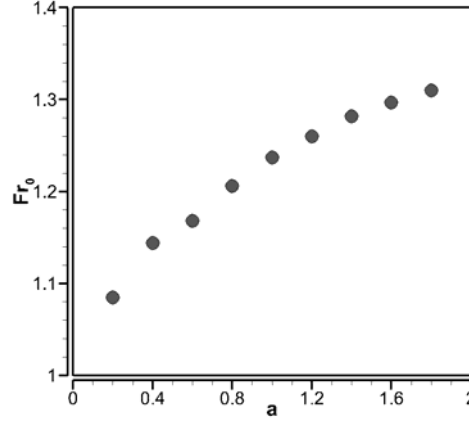


図-5.2  $a$ と浸水開始地点におけるフルード数  $Fr_0$  の関係

ここでは，式が煩雑になることから，これらを数値的に解いて得られた結果として， $a$ と浸水開始地点におけるフルード数  $Fr_0$  (最小値) の関係を図-5.2に示す．この図に示す通り，先ほどと同様， $Fr_0$ が1以上となり，射流となることが確認できる．ここで，慣性-圧力領域における相似解の安定解析を行う． $\tau = \ln t$ とすると，式(5.32)，(5.33)は次式のようになる．

$$aH(\xi, \tau) + \frac{\partial H(\xi, \tau)}{\partial \tau} - c\xi \frac{dH(\xi, \tau)}{d\xi} + \frac{\beta}{\gamma} U(\xi, \tau) \frac{\partial H(\xi, \tau)}{\partial \xi} + \frac{\beta}{\gamma} H(\xi, \tau) \frac{\partial U(\xi, \tau)}{\partial \xi} = 0 \quad (5.50)$$

$$bU(\xi, \tau) + \frac{\partial U(\xi, \tau)}{\partial \tau} - c\xi \frac{dU(\xi, \tau)}{d\xi} + \frac{\beta}{\gamma} U(\xi, \tau) \frac{\partial U(\xi, \tau)}{\partial \xi} + g \frac{\alpha}{\beta\gamma} \frac{\partial U(\xi, \tau)}{\partial \xi} = 0 \quad (5.51)$$

$H(\xi, \tau)$ ， $U(\xi, \tau)$ を次式のように相似解とその摂動として表す．

$$H(\xi, \tau) = p(\xi) + \delta H, \quad U(\xi, \tau) = q(\xi) + \delta U \quad (5.52)$$

これらを式(5.50)，(5.51)に代入することにより，次式が得られる．

$$a\delta H + \frac{\partial \delta H}{\partial \tau} + \frac{\beta}{\gamma} \delta U \frac{dp(\xi)}{d\xi} + \frac{\beta}{\gamma} \delta H \frac{dq(\xi)}{d\xi} = 0 \quad (5.53)$$

$$b\delta U + \frac{\partial \delta U}{\partial \tau} + \frac{\beta}{\gamma} \delta U \frac{dq(\xi)}{d\xi} = 0 \quad (5.54)$$

式(5.54)に式(5.37)を代入することで得られる式において， $\xi$ の0次の関係から次式に示すように， $\delta U$ の時間発展式が得られる．

$$\frac{\partial \delta U}{\partial \tau} = - \left( b + \frac{\beta}{\gamma} q'_1 \right) \delta U \quad (5.55)$$

式(5.38)，(5.43)と式(5.9)より，つぎの関係を得る．

$$b + \frac{\beta}{\gamma} q'_1 = \frac{a}{2} \frac{1}{\frac{\beta^2}{g\alpha} - 1} = \frac{a}{2} \frac{1}{Fr_0^2 - 1} \quad (5.56)$$

これにより，水位が上昇 ( $a > 0$ ) している過程において，流れが常流 ( $Fr_0 < 1$ ) であれば，式 (5.55) の  $\delta U$  にかかる係数が正となる．これは，流れが常流とした時，相似解が不安定となることを意味している．以上のことから，慣性-圧力領域で相似解が存在するには，浸水開始地点  $O$  で流れが射流である必要があることが示された．

### 5.2.3 圧力-摩擦領域

一方で，式 (5.8) において，慣性項を無視した場合，式 (5.7)，(5.8) から次式のような  $a$ ， $b$ ， $c$  の関係式を得る．

$$b = \frac{7}{9}a - \frac{1}{3}, \quad c = \frac{7}{9}a + \frac{2}{3} \quad (5.57)$$

この関係から，先ほどの慣性-圧力領域とは異なり，この領域では，水位上昇過程において， $a > 3/7$  でなければ， $b$  が 0 以上， $c$  が 1 以上とならない．つまり，この領域においては，水位が上昇していても， $a$  の値によっては津波の浸水速度  $dl/dt$  が減速していくことがあるということを示している．このように圧力と摩擦の卓越する領域を圧力-摩擦領域と呼ぶことにする．

この領域での水深と流速の相似関数  $p(\xi)$  と  $q(\xi)$  の導出を行う．連続式である式 (5.7) は次式のようになる．

$$ap(\xi) - c\xi \frac{dp(\xi)}{d\xi} + \frac{\beta}{\gamma} \frac{d}{d\xi} (p(\xi)q(\xi)) = 0 \quad (5.58)$$

また，この領域では，慣性項が無視できるので式 (5.8) は次式のように式変形できる．

$$A \frac{d}{d\xi} \left( p(\xi)^{7/3} \right) + q(\xi)^2 = 0 ; \quad A = \frac{3\alpha^{7/3}}{7n^2 \beta |\beta| \gamma} \quad (5.59)$$

ここで， $p(\xi)^{7/3}$  と  $q(\xi)$  を次式のような多項式であると仮定する．

$$p(\xi)^{7/3} = 1 + B_1 \xi + B_2 \xi^2 + B_3 \xi^3 \quad (5.60)$$

$$q(\xi) = 1 + C_1 \xi \quad (5.61)$$

ここに，  $B_1$ ，  $B_2$ ，  $B_3$ ，  $C_1$ ：未知数である．

式(5.60)，(5.61)を式(5.58)，(5.59)に代入すると，それぞれ次式のようになる．

$$\left(a + \frac{3}{7} \frac{\beta}{\gamma} B_1 + \frac{\beta}{\gamma} C_1\right) + \left\{aB_1 - \frac{3}{7} cB_1 + \frac{3}{7} \frac{\beta}{\gamma} (2B_1 + B_1 C_1) + \frac{\beta}{\gamma} C_1 B\right\} \xi + (\xi^2, \xi^3 \text{の多項式}) = 0 \quad (5.62)$$

$$A(B_1 + 2B_2 \xi + 3B_3 \xi^2) = -(1 + 2C_1 \xi + C_1^2 \xi^2) \quad (5.63)$$

連続式(5.62)における  $\xi$  の0次と1次にかかる係数の関係から，次の関係式が得られる．

$$a + \frac{3}{7} \frac{\beta}{\gamma} B_1 + \frac{\beta}{\gamma} C_1 = 0 \quad (5.64)$$

$$aB_1 - \frac{3}{7} cB_1 + \frac{3}{7} \frac{\beta}{\gamma} (2B_1 + B_1 C_1) + \frac{\beta}{\gamma} C_1 B_1 = 0 \quad (5.65)$$

同様に，運動方程式(5.63)における  $\xi$  の0次，1次にかかる係数の関係からつぎの二つの関係式が得られる．

$$AB_1 = -1 \quad , \quad 2AB_2 = -2C_1 \quad (5.66)$$

また，  $\xi = 1$  で水深はゼロとなることから次の関係が得られる．

$$1 + B_1 + B_2 + B_3 = 0 \quad (5.67)$$

さらに，先端での流速  $V_{x=l}$  が浸水していく速度  $dl(t)/dt$  と一致すると仮定すると，次の関係を得る．

$$\gamma c = \beta(1 + C_1) \quad (5.68)$$

以上の式(5.64)～式(5.68)までの6つの関係式から  $B_1$ ，  $B_2$ ，  $B_3$ ，  $C_1$ ，  $\beta$ ，  $\gamma$  を求めるとつぎのようになる．

$$B_1 = -\frac{119a + 21}{77a + 39} \quad (5.69)$$

$$B_2 = \frac{21(7a - 3)(17a + 3)}{(77a + 39)^2} \quad (5.70)$$

$$B_3 = \frac{56(7a+6)(17a+3)}{(77a+39)^2} - 1 \quad (5.71)$$

$$C_1 = \frac{-21a+9}{77a+39} \quad (5.72)$$

$$\beta = \frac{77a+39}{2|77a+39|} \left\{ \frac{1}{3} \frac{\alpha^{7/3}}{n^2} (17a+3) \right\}^{1/3} \quad (5.73)$$

$$\gamma = \frac{36}{|77a+39|} \left\{ \frac{1}{3} \frac{\alpha^{7/3}}{n^2} (17a+3) \right\}^{1/3} \quad (5.74)$$

これらからわかるように，点  $O$  での水位 ( $\alpha$  及び  $a$ ) が既知であれば，水深と流速の分布が求まる．また，式 (5.69)～(5.72) から，水深と流速の分布形は  $a$  のみにより決まり， $\alpha$  は， $\beta$  と  $\gamma$  にのみ影響を与えることが分かる．

上で導出した相似解は，浸水開始地点から津波の先端までのすべての領域で流速が正となることを仮定しており，浸水開始地点で水位が急激に下がり，流速が負となるような領域が表れるようなケースには適用できない．そこで，空間的に流速が負となる領域が存在するような場合，つまり水位が比較的急激に減少していく過程での相似解の導出を行う．この過程においては，図-5.3に示すように，流速が負となる領域と流速が正となる領域とが空間的に存在する．

この二つの領域の境界，つまり，流速がゼロとなる位置を  $x=l_p$  ( $\xi_p=l_p/l$ ) とし，ここでの水深を  $h_p$  とする．また，浸水開始地点において， $\beta < 0$  で  $q(0) > 0$  とする．このとき，連続式と運動方程式は，式 (5.7)，(5.8) から，つぎのようになる．

$$ap(\xi) - c\xi \frac{dp(\xi)}{d\xi} + \frac{\beta}{\gamma} \frac{dp(\xi)q(\xi)}{d\xi} = 0 \quad (5.75)$$

$$\begin{cases} C \frac{dp(\xi)^{7/3}}{d\xi} = q(\xi)^2 & (\xi < \xi_p) \\ C \frac{dp(\xi)^{7/3}}{d\xi} = -q(\xi)^2 & (\xi_p \leq \xi \leq 1) \end{cases} \quad (5.76)$$

ここに， $C$  は次式に示す定数である．

$$C = \frac{3\alpha^{7/3}}{7n^2\beta^2\gamma} \quad (5.77)$$



$$aD_0 - \frac{3}{7}c\xi_p D'_1 + \frac{\beta}{\gamma}D_0 E'_1 = 0 \quad (5.85)$$

$$aD'_1 - \frac{3}{7}c(D'_1 + 2D'_2 \xi_p) + \frac{\beta}{\gamma}\left(2D_0 E'_2 + \frac{10}{7}D'_1 E'_1\right) = 0 \quad (5.86)$$

また，  $\xi_p \leq \xi \leq 1$ において， 式(5.79)を式(5.76)に代入することで， つぎの関係が得られる．

$$CD'_1 = 0 \quad (5.87)$$

$$CD'_2 = 0 \quad (5.88)$$

$$3CD_3 = E_1^2 \quad (5.89)$$

$\xi = 0$ において，  $p(0)=1$ ，  $q(0)=1$ より， つぎの関係が得られる．

$$D_0 - D_1 \xi_p + D_2 \xi_p^2 - D_3 \xi_p^3 = 1 \quad (5.90)$$

$$-E_1 \xi_p + E_2 \xi_p^2 = 1 \quad (5.91)$$

$\xi = 1$ において，  $p(1)=0$ ，  $q(1)=\gamma/\beta$ より， つぎの関係が得られる．

$$D_0 + D'_1(1-\xi_p) + D'_2(1-\xi_p)^2 + D'_3(1-\xi_p)^3 = 0 \quad (5.92)$$

$$E'_1(1-\xi_p) + E'_2(1-\xi_p)^2 = \frac{\gamma}{\beta} \quad (5.93)$$

以上の関係式(5.80)から(5.93)により，  $D_0 \sim D_3$ ，  $D'_1 \sim D'_3$ ，  $E_1 \sim E_2$ ，  $E'_1 \sim E'_2$ ，  $\beta$ ，  $\gamma$ ，  $\xi_p$ を求めると， 以下のようになる．

$$D_0 = \frac{(7a+6)^3}{(7a+6)^3 + (16a+6)^3} \quad (5.94)$$

$$D_1 = 0 \quad (5.95)$$

$$D_2 = 0 \quad (5.96)$$

$$D_3 = -\frac{(9a)^3}{(7a+6)^3 + (16a+6)^3} \quad (5.97)$$

$$D'_1 = 0 \quad (5.98)$$

$$D'_2 = 0 \quad (5.99)$$

$$D'_3 = \frac{(9a)^3}{(7a+6)^3 + (16a+6)^3} \quad (5.100)$$

$$E_1 = -\frac{9a}{16a+6} \quad (5.101)$$

$$E_2 = 0 \quad (5.102)$$

$$E'_1 = -\frac{9a}{16a+6} \quad (5.103)$$

$$E'_2 = 0 \quad (5.104)$$

$$\beta = (16a+6) \left\{ \frac{-9a\alpha^{\frac{7}{3}}}{7n^2} \frac{1}{(7a+6)^3 + (16a+6)^3} \right\}^{\frac{1}{3}} \quad (5.105)$$

$$\gamma = 9 \left\{ \frac{-9a\alpha^{\frac{7}{3}}}{7n^2} \frac{1}{(7a+6)^3 + (16a+6)^3} \right\}^{\frac{1}{3}} \quad (5.106)$$

$$\xi_p = \frac{16a+6}{9a} \quad (5.107)$$

ここで， $\beta < 0$ であることから，これを満たす $a$  ( $a < 0$ )はつぎのようになる．

$$-\frac{12}{23} < a < -\frac{3}{8} \quad (5.108)$$

また，このとき水深のピーク地点 $\xi_p$ は，つぎのような範囲にのみ存在することになる．

$$0 < \xi_p < \frac{1}{2} \quad (5.109)$$

以上のことから，水深と流速の分布は， $a$ の値が小さくなるにつれて，水深のピーク地点 $\xi_p$ が中心 $\xi=1/2$ の方に近づき，ピークの値 $p(\xi_p)$ が大きな値をとり，流速の分布は，勾配が緩やかになっていくことがわかる．

## 5.2.4 数値解析との比較

### (1) 数値解析手法

ここでは，導出した相似解の妥当性を検証するために，式(5.1)と式(5.2)で構成される浅水流方程式を基礎式とした数値解析を行う．数値解析手法として有限体積法[12]を用い，移流項の離散化には一次精度風上差分を用いる．

### (2) 計算条件

水路勾配がゼロである水路の上流端で水位が上昇もしくは減少していく中で，dry bedの水路に津波が浸水していく過程を数値解析によって再現する．

まず，水位が上昇時における津波の遡上特性について検討するために，図-5.3に示すような上流端の境界条件を与えた解析を行う．この図に示すように， $a$ の値が異なる3つ(0.8, 0.6, 0.4)のハイドログラフを与え，それぞれ，Cal-5.1.1, Cal-5.1.2, Cal-5.1.3とする．但し $\alpha$ はいずれも0.01の同じ値とする．また，粗度係数は0.01を与える．はじめに試験的に解析を行ったところ，慣性-圧力領域は，水が陸地を浸入していく初期の非常に短い期間での領域で見られることが分かった．この領域を確認するために，まず，格子幅が比較的小さい0.0001 mとして，それぞれの境界条件を与えた解析を水位の上昇開始から10.0 secまで行う．さらに，格子幅を0.05 mとして，同様の境界条件を与えて解析を500 secまで行い，圧力-摩擦領域の存在を確認する．

つぎに，水位減少時における津波の遡上特性について検討するために，図-5.4に示すように，はじめに $t=50$  secまで線形( $a=1.0$ )で水位を上昇させ，その後，それぞれで $a=-0.4$ ， $a=-0.425$ ， $a=-0.45$ として $h_0(t)=\alpha(t/t_0)^a$ で水位を $t=1.0\times 10^5$  secまで下げる解析を行う． $a$ の値に対して，それぞれ，Cal-5.2.1, Cal-5.2.2, Cal-5.2.3とする．

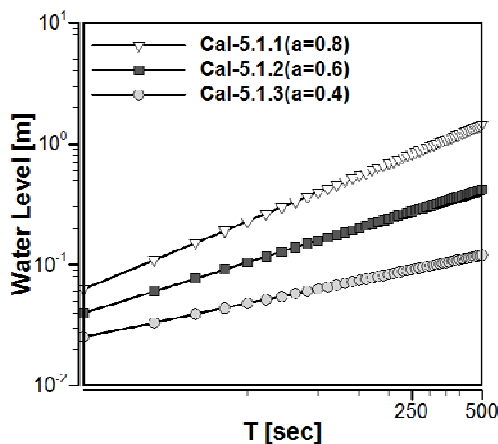


図-5.3 水位ハイドログラフ  
(Cal-5.1)

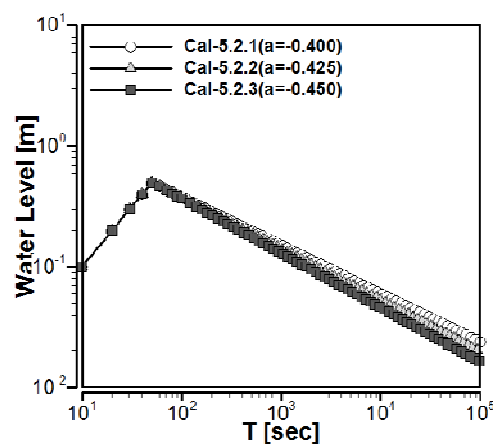


図-5.4 水位ハイドログラフ  
(Cal-5.2)



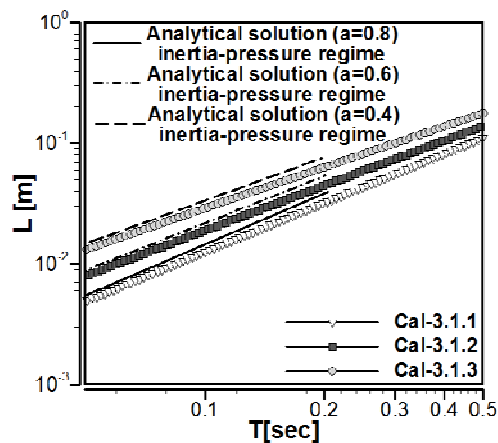
これらのハイドログラフを浸水開始地点で与えた解析結果と先ほど導出した相似解を比較し、相似解の妥当性を検証する。

### (3) 解析結果と考察

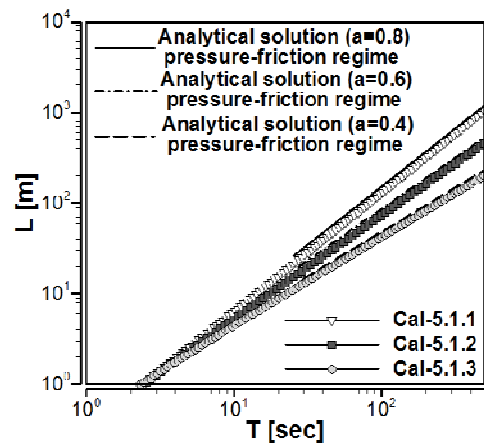
まず、Cal-5.1より水位上昇時における相似解の妥当性を検証する。図-5.5は、時間と浸水距離の関係を対数軸にプロットしたものであり、(a)では格子幅が小さいケース、(b)では格子幅が大きいケースでの解析結果をプロットしたものである。先ほど得られた慣性-圧力領域での $a$ と $c$ の関係式(5.9)に、Cal-5.1.1～Cal-5.1.3の $a$ の値を代入することで、 $c$ の値はそれぞれ、 $7/5$ 、 $13/10$ 、 $6/5$ となることがわかる。図-5.5(a)からそれぞれの数値解析による結果が、 $0.05 \text{ sec}$ から $0.1 \text{ sec}$ の付近で非常に短い期間であるが、いずれもこの傾きに漸近しており、慣性-圧力領域であると考えられる。また、式(5.57)により、圧力-摩擦領域において $c$ の値はそれぞれ、 $58/45$ 、 $17/15$ 、 $44/45$ である。図-5.5(b)における数値解析結果から、 $200 \text{ sec}$ 付近でこれらの傾きに漸近するように浸水が進んでおり、圧力-摩擦領域であることがわかる。図-5.6は、時間と上流端の流速の関係を対数軸グラフにプロットしたものであり、(a)が小さい格子幅、(b)が大きい格子幅での解析結果をプロットしたものである。慣性-圧力領域での $a$ と $b$ の関係式(5.9)から、Cal-5.1.1～Cal-5.1.3での $b$ の値はそれぞれ、 $2/5$ 、 $3/10$ 、 $1/5$ となり、式(5.57)により摩擦-圧力領域では、 $13/45$ 、 $2/15$ 、 $-1/45$ となる。図-5.6(a)、(b)それぞれ数値解析結果も同様、これらの傾きに漸近するように変化していることが確認できる。

図-5.7はそれぞれ、大きい格子幅で解析したケースでの水位上昇開始から $450 \text{ sec}$ 経過後の水深と流速分布をプロットしたものである。この時、図-5.5(b)、図-5.6(b)から圧力-摩擦領域であるとわかる。図-5.7から、数値解析で得られた水深、流速の分布とそれぞれの相似解とを比較するとよく類似していることがわかる。また、数値解析結果からわかるように、 $a$ の値が小さくなるにつれて、水深の分布形は膨れ上がるような傾向があり、流速分布は傾きが緩くなる傾向があることがわかる。相似解においても $a$ の値の変化に対して、同じ傾向になっていることが確認できる。また、Cal-5.1.2とCal-5.1.3の間で数値解析での流速分布の傾きが、負から正に変わっていることが確認できる。理論において流速分布の傾きが負から正に変わる条件は、式(5.72)から、 $a$ の値が $3/7$ 以下になることであり、得られた理論と数値解析結果とが整合していることがわかる。

つぎに、Cal-5.2の解析の結果を示す。図-5.8は、時間と浸水開始地点における流速の大きさとの関係を示したものである。図におけるシンボル無しの直線が、式(5.57)に示す圧力-摩擦領域におけるべき乗の関係をプロットしたもので

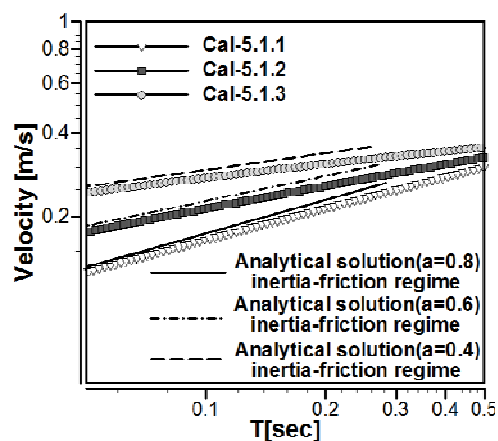


(a) 慣性-圧力領域

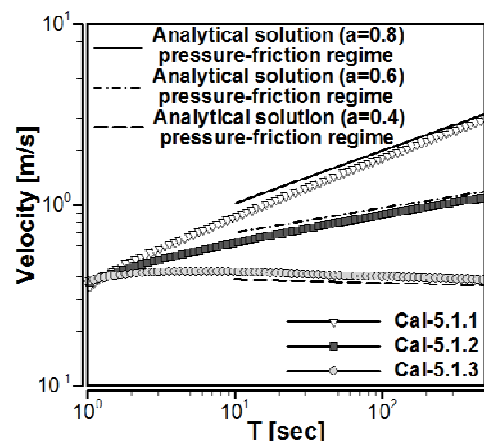


(b) 圧力-摩擦領域

図-5.5 浸水距離の時間変化 (Cal-5.1)

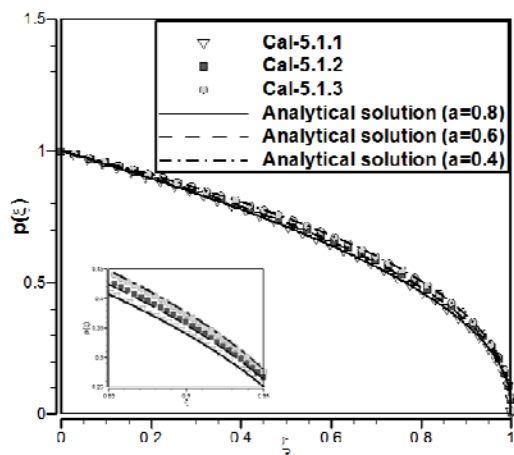


(a) 慣性-圧力領域

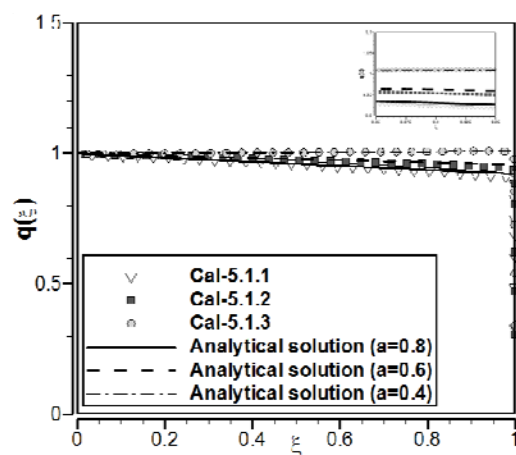


(b) 圧力-摩擦領域

図-5.6 上流端における流速の時間変化 (Cal-5.1)



(a) 水深分布図



(b) 流速分布図

図-5.7 圧力-摩擦領域における空間分布 (Cal-5.1)

ある．いずれの  $a$  の値にしても水位が低下していくにつれて値が小さくなり，十分な時間の経過後に，この圧力-摩擦領域におけるべき乗の関係に漸近していくことが確認できる．また，図-5.9と図-5.10は，時間と浸水距離，時間と水位ピーク地点の距離との関係をそれぞれ示しており，時間と流速の関係と同様に十分な時間経過後に理論により得られた関係に漸近していくことが確認できる．しかし，理論解と十分に傾きが一致しているとは言えず，圧力-摩擦領域の特性を示すにはもう少し時間が必要と考えられる．

図-5.11(a)，(b)は，それぞれ， $t=1.0\times 10^5\text{sec}$ における水深と流速の無次元量の空間分布をあらわしたものである．これらの数値解析結果から，水深の分布には，ピーク地点があり，流速の相似関数の符号が空間的に正から負に変化していることが確認できる．数値解析結果と相似解とを比較すると，特に流速の分布において，差が大きく見られる．これは，先ほど指摘しているように，圧力-摩擦領域となるのに十分な時間が経過していないことが原因と考えられる．しかし， $a$ の値に対するそれぞれの空間分布の変化の特徴は捉えられていることがわかる．Cal-5.1.1～Cal-5.1.3の  $a$  の値に対して，水深ピーク地点の水深の無次元量とその位置の無次元量( $D_0, \xi_p$ )は，式(75)，(88)より求めると，それぞれ(1.002, 0.111)，(1.019, 0.209)，(1.081, 0.296)である．これに対して数値解析結果は，(1.0004, 0.105)，(1.004, 0.184)，(1.033, 0.255)となっており，理論解と比較すると十分な一致はしていないが， $a$ の値に対するそれぞれの値の変化の傾向は捉えられている．以上のことから，今回，導出した水位が減少し流速が負となるような場合の圧力-摩擦領域における相似解は，妥当なものであると言える．

以上のことから，相似解法により得られた  $a$ ， $b$ ， $c$  の関係と相似解が数値解析結果との比較により妥当であることを示した．つまり，上流端の流速と浸水距離の時間に対する変化する割合  $b$ ， $c$  が，上流端の水位上昇の割合  $a$  で決まること，相似解での水深と流速の分布形が，数値解析結果の分布形と類似しており， $a$  の変化に対して同じ傾向を示しすことが確認できた．

### 5.2.5 実験との比較

ここでは，水平水路を用いて，水位の上昇により陸上を浸水させる実験を行う．そこから得られた結果を理論解と数値解析結果と比較することで，導出した相似解の妥当性を検証する．

#### (1) 実験概要

図-5.12のような，水路幅0.2 m，水路長10.0 mで，路床を水平とした水路を

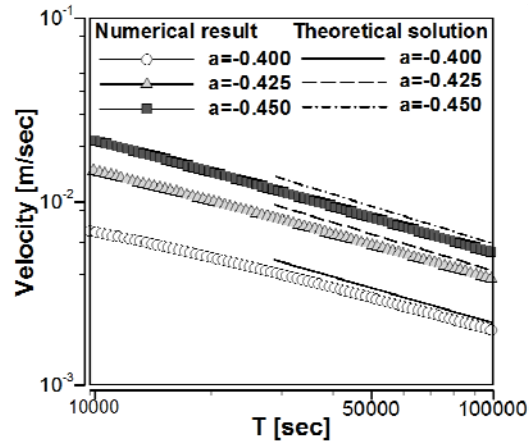


図-5.8 浸水開始地点の流速の時間経過 (Cal-5.2)

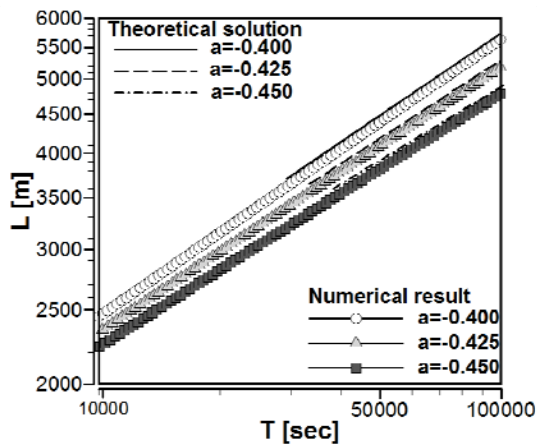


図-5.9 浸水距離の時間経過  
(Cal-5.2)

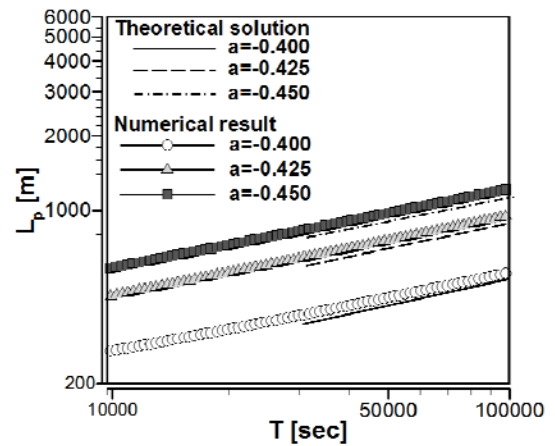
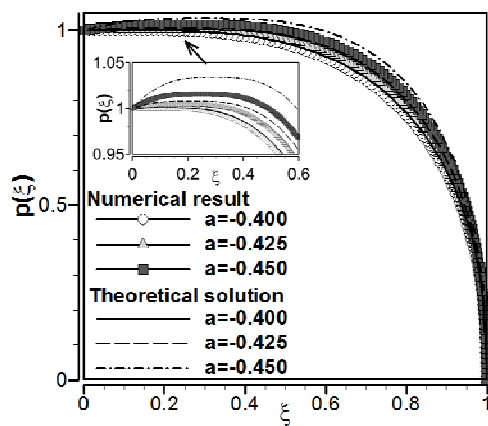
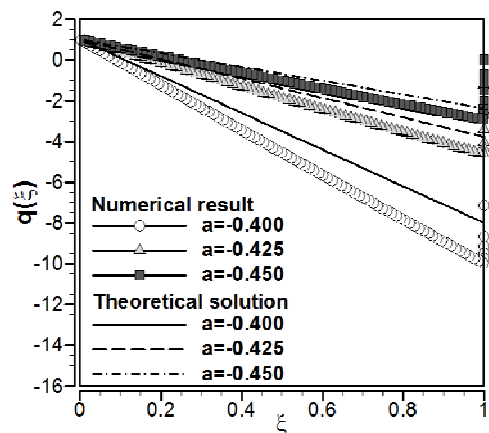


図-5.10 水位ピーク地点の時間経過  
(Cal-5.2)



(a) 水深分布図



(b) 流速分布図

図-5.11 圧力-摩擦領域における空間分布 (Cal-5.2)

用いる．上流端の水槽に水を貯め水位が上昇し，路床の高さを越えた時，乾いた水路に水が浸水していく様子を観察する．本実験では，境界条件を得るために，上流端にカメラを設置し，上流端での水位の時間変化を計測する．また，相似解法により得られた水位の分布関数が妥当なものかを検証するために，上流端から 5.5 m，6.5 m 下流にもそれぞれカメラを設置し，水位の時間変化の計測を行う．さらに，相似解法から得られた上流端の水位の時間変化と浸水距離の時間変化の関係が妥当なものかを検証するために，水路の 0.5 m おき，計 16 箇所において水が到達する時間を記録し，浸水距離の時間変化を得る．この工程を 7 回繰り返し行なった．

## (2) 実験結果と考察

図-5.13は，上流端の水位の時間変化を対数軸グラフにプロットしたものである．7 回行われた実験の結果から水位の時間変化はほとんど同じであることが確認できる．これらの実験結果から，それぞれの上流端の水位を  $h_0(t) = \alpha t^a$  の形に近似し，それらの平均をとるとグラフの直線 ( $\alpha \approx 4.8 \times 10^{-3}$ ,  $a \approx 6.2 \times 10^{-1}$ ) が得られた．実験との比較のための理論値及び数値解析における境界条件として，これらの値を適用した．

図-5.14は，時間と浸水距離との関係を対数軸にプロットしたものである．この図から，浸水距離の時間変化が，10.0 sec 付近から理論と数値解析結果とほぼ同じ傾きで変化しており，圧力-摩擦領域になっていることが確認できた．このことから，理論において得られた，圧力-摩擦領域における上流端の水位の時間変化と浸水距離の時間変化との関係が妥当であると言える．

また，図-5.15(a), (b)は，それぞれ上流端から 5.5 m，6.5 m 下流の地点での水位の時間変化を対数軸グラフにプロットしたものである．(ここでの時間は，水が各地点に到達してからの経過時間である．) これらの図における理論値は， $\xi = x/l(t) = x/\gamma t^c$  を式(5.3)に代入することで得られる．数値解析結果では 10.0 sec 以降で，実験ではいずれの地点においても，2.0 sec 付近以降で理論値と同様の水位の時間変化を示しており，理論における水位の分布形が妥当であると考えられる．以上のことから，相似解法で得られた圧力-摩擦領域における理論値の妥当性が実験から示された．

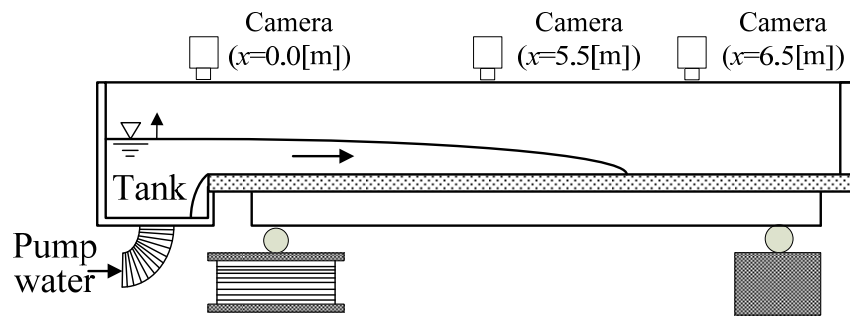


図-5.12 実験水路

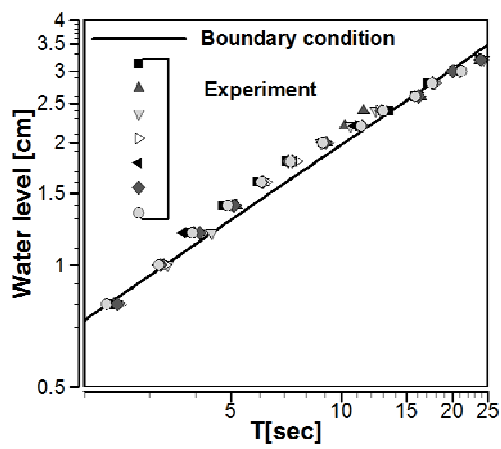


図-5.13 上流端の水位の時間変化

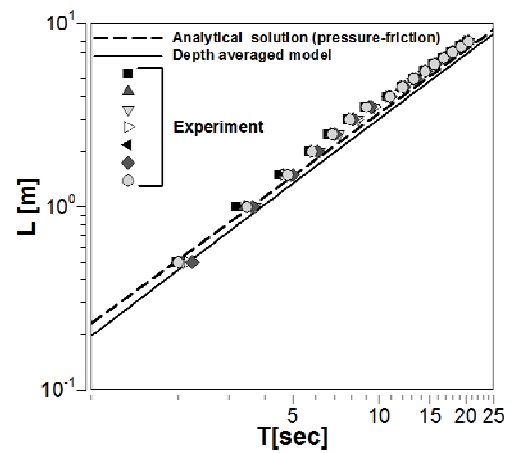
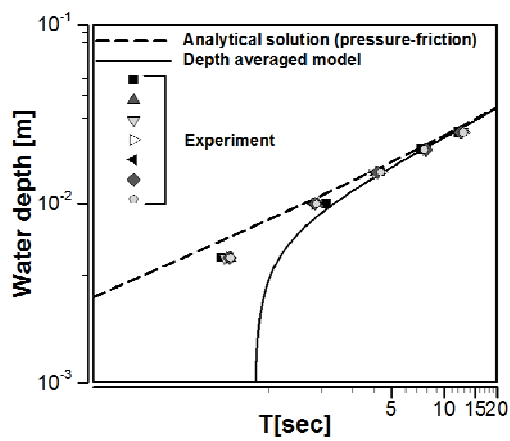
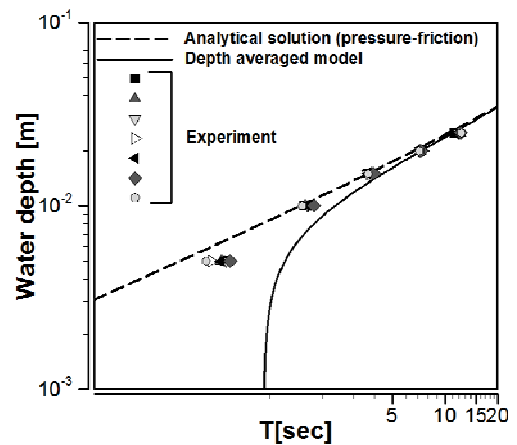


図-5.14 浸水距離の時間変化



(a)  $x=5.5\text{ m}$



(b)  $x=6.5\text{ m}$

図-5.15 各地点での水深の時間変化

### 5.3 津波遡上特性に関する特性曲線法に基づく検討

#### 5.3.1 特性曲線法に基づく津波遡上初期の特性

前節では，相似解法に基づき，津波の遡上特性に関して検討を行った．しかし，津波の遡上開始直後における特性として見られる慣性-圧力領域では，浸水開始地点でフルード数が一定である必要があり，現象として限定的なケースでの特性と言える．ここでは，津波遡上開始直後の流れを対象とし，特性曲線法に基づき検討を行うことで，その特性について明らかにすることを目的とする．基礎式は，前節と同様，浅水流方程式(5.1)，(5.2)を用いる．ここでは，摩擦項を無視する．式(5.1)と摩擦項を無視した式(5.2)から，次式に示す特性曲線とその曲線上で成り立つ関係が得られる．

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt}_+ &= u + \sqrt{gh} ; u + 2\sqrt{gh} = \text{const} \\ \frac{dx}{dt}_- &= u - \sqrt{gh} ; u - 2\sqrt{gh} = \text{const}\end{aligned}\quad (5.110)$$

対象は，図-5.16に示す通り，浸水開始地点で流速  $u_0$ （一定）で，水深が  $h_0$  が次式に示すように時間に関して2次で上昇していく過程について考える．

$$h_0(t) = \alpha t^2 \quad (5.111)$$

ここに， $\alpha$ ：係数である．

まず，特性曲線法に基づき，浸水距離と時間の関係を導出する．図-5.17に示すように，浸水開始時に浸水開始地点(点O)を出発する特性曲線  $x_f$  は，津波先端での水深  $h_f$  がゼロであることから，式(5.110)より次式の関係が成立する．

$$\frac{dx_f}{dt}_\pm = u_f \pm \sqrt{gh_f} = u_0 ; u_f + 2\sqrt{gh_f} = u_f - 2\sqrt{gh_f} = u_f = u_0 = \text{const} \quad (5.112)$$

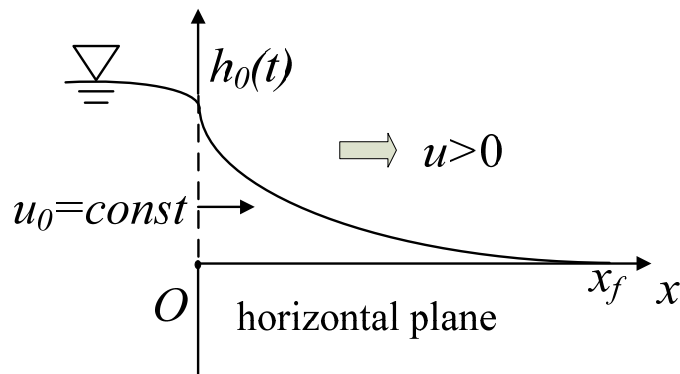


図-5.16 浸水開始直後の津波遡上過程

ここに， $x_f$ ：津波先端の位置， $u_f$ ， $h_f$ ：津波先端での流速及び水深， $u_0$ ， $h_0$ ：浸水開始地点での流速及び水深である．

この関係から，次式に示すように，浸水距離 $x_f$ は浸水開始地点での水位の変化に関わらず，時間に関して線形で変化していくことがわかる．

$$x_f = u_0 t \quad (5.113)$$

つぎに，図-5.17に示すように，浸水開始地点 $O$ で，初期流速が $u_0$ で初期水深がゼロであることから，初期の過程では，流れがフルード数1以上の射流で正負いずれの特性曲線も $x$ の正の方向に向かって出発すると考えられる．このことから点 $A$ と点 $B$ から出発する特性曲線が交わる点 $P$ が存在するので，その点での水深 $h_p$ と流速 $u_p$ を導出することが可能である．そこで，この過程での水深と流速を求めることを検討する．まず，点 $A$ と点 $B$ を時間 $t_A$ ， $t_B$ を出発し，点 $P$ を通る特性曲線を次式のように時間の多項式として表す．

$$\begin{aligned} x_{P-}(t_A) &= a_1(t_A)(t_P - t_A) + a_2(t_A)(t_P - t_A)^2 + a_3(t_A)(t_P - t_A)^3 \\ x_{P+}(t_B) &= b_1(t_B)(t_P - t_B) + b_2(t_B)(t_P - t_B)^2 + b_3(t_B)(t_P - t_B)^3 \end{aligned} \quad (5.114)$$

ここに， $t_P$ ：点 $P$ での時間， $x_{P-}(t_A)$ ， $x_{P+}(t_B)$ ：点 $A$ と点 $B$ を出発し，点 $P$ を通る特性曲線である．

式(5.114)を時間 $t_P$ に関して微分すると次式が得られる．

$$\begin{aligned} \frac{dx_-}{dt_P} &= a_1(t_A) + 2a_2(t_A)(t_P - t_A) + 3a_3(t_A)(t_P - t_A)^2 \\ \frac{dx_+}{dt_P} &= b_1(t_B) + 2b_2(t_B)(t_P - t_B) + 3b_3(t_B)(t_P - t_B)^2 \end{aligned} \quad (5.115)$$

特性曲線の式(5.112)より， $a_1(t_A)$ ， $b_1(t_B)$ は，次式で表されるとする．

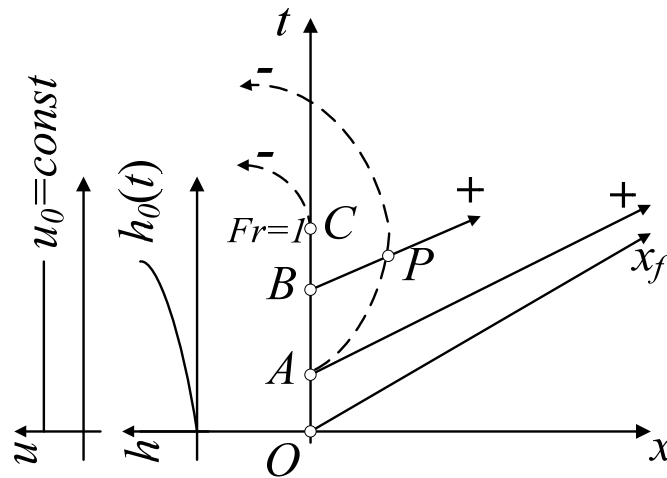


図-5.17 特性曲線法に基づく理論解の導出方法



$$\begin{aligned}a_1(t_A) &= u_0 - \sqrt{gh_0(t_A)} \\b_1(t_B) &= u_0 + \sqrt{gh_0(t_B)}\end{aligned}\tag{5.116}$$

また， $a_2(t_A)$ ， $a_3(t_A)$ ， $b_2(t_B)$ ， $b_3(t_B)$ は，次式に示す通り，それぞれ $t_A$ ， $t_B$ の多項式で表されるとする．

$$\begin{aligned}a_2(t_A) &= a_{21}t_A + a_{22}t_A^2 \\a_3(t_A) &= a_{31}t_A + a_{32}t_A^2 \\b_2(t_B) &= b_{21}t_B + b_{22}t_B^2 \\b_3(t_B) &= b_{31}t_B + b_{32}t_B^2\end{aligned}\tag{5.117}$$

ここに， $a_{21}$ ， $a_{22}$ ， $a_{31}$ ， $a_{32}$ ， $b_{21}$ ， $b_{22}$ ， $b_{31}$ ， $b_{32}$ ：未知の係数である．

特性曲線上の関係式(5.112)から，点Pでの水深 $h_p$ と流速 $u_p$ は，以下のようになる．

$$\begin{aligned}h_p &= \frac{1}{4g} \left( \sqrt{gh_0(t_A)} + \sqrt{gh_0(t_B)} \right)^2 \\u_p &= u_0 + \sqrt{gh_0(t_B)} - \sqrt{gh_0(t_A)}\end{aligned}\tag{5.118}$$

また，式(5.112)から特性曲線 $x_{p-}(t_A)$ ， $x_{p+}(t_B)$ は，次式のように表される．

$$\begin{aligned}\frac{dx_-}{dt_P} &= u_0 + \frac{1}{2} \sqrt{gh_0(t_B)} - \frac{3}{2} \sqrt{gh_0(t_A)} \\ \frac{dx_+}{dt_P} &= u_0 + \frac{3}{2} \sqrt{gh_0(t_B)} - \frac{1}{2} \sqrt{gh_0(t_A)}\end{aligned}\tag{5.119}$$

この特性曲線を表す式(5.115)，式(5.119)に浸水開始地点での水深の式(5.111)を代入し，時間 $t_A$ ， $t_B$ の3次まで展開すると，次式のようになる．

$$\begin{aligned}t_B &= \frac{2}{\sqrt{\alpha g}} \left\{ t_A \left( \frac{1}{2} \sqrt{\alpha g} + 2a_{21}t_P + 3a_{31}t_P^2 \right) \right. \\ &\quad \left. + t_A^2 \left( -2a_{21} + 2a_{22}t_P - 6a_{31}t_P + 3a_{32}t_P^2 \right) + t_A^3 \left( -2a_{22} + 3a_{31} - 6a_{32}t_P \right) \right\}\end{aligned}\tag{5.120}$$

$$\begin{aligned}t_A &= -\frac{2}{\sqrt{\alpha g}} \left\{ t_B \left( -\frac{1}{2} \sqrt{\alpha g} + 2b_{21}t_P + 3b_{31}t_P^2 \right) \right. \\ &\quad \left. + t_B^2 \left( -2b_{21} + 2b_{22}t_P - 6b_{31}t_P + 3b_{32}t_P^2 \right) + t_B^3 \left( -2b_{22} + 3b_{31} - 6b_{32}t_P \right) \right\}\end{aligned}\tag{5.121}$$

式(5.120)を式(5.121)に代入し， $t_A$ で整理すると次式のようになる．

$$\begin{aligned}
& \left\{ \frac{1}{2}\sqrt{\alpha g} + \frac{2}{\sqrt{\alpha g}} \left( \frac{1}{2}\sqrt{\alpha g} + 2a_{21}t_P + 3a_{31}t_P^2 \right) \left( -\frac{1}{2}\sqrt{\alpha g} + 2b_{21}t_P + 3b_{31}t_P^2 \right) \right\} t_A \\
& + \left\{ \frac{2}{\sqrt{\alpha g}} \left( -2a_{21} + 2a_{22}t_P - 6a_{31}t_P + 3a_{32}t_P^2 \right) \left( -\frac{1}{2}\sqrt{\alpha g} + 2b_{21}t_P + 3b_{31}t_P^2 \right) \right. \\
& \left. + \frac{4}{\alpha g} \left( \frac{1}{2}\sqrt{\alpha g} + 2a_{21}t_P + 3a_{31}t_P^2 \right)^2 \left( -2b_{21} + 2b_{22}t_P - 6b_{31}t_P + 3b_{32}t_P^2 \right) \right\} t_A^2 + \dots = 0
\end{aligned} \tag{5.122}$$

ここで，式(5.122)の $t_A$ の一次にかかる係数を $t_P$ で整理し， $t_P$ の一次と二次の係数の関係からつぎの二つの関係式を得る．

$$2b_{21} - 2a_{21} = 0 \tag{5.123}$$

$$3b_{31} + \frac{8}{\sqrt{\alpha g}} a_{21}b_{21} - 3a_{31} = 0 \tag{5.124}$$

同様にして式(5.122)の $t_A$ の二次にかかる係数を $t_P$ で整理し， $t_P$ の一次と二次の係数の関係からつぎの二つの関係式を得る．

$$-\frac{24}{\sqrt{\alpha g}} a_{21}b_{21} - 2b_{22} + 6b_{31} + 2a_{22} - 6a_{31} = 0 \tag{5.125}$$

$$-\frac{32}{\alpha g} a_{21}^2 b_{21} - \frac{60}{\sqrt{\alpha g}} a_{21}b_{31} + \frac{8}{\sqrt{\alpha g}} a_{22}b_{21} + \frac{16}{\sqrt{\alpha g}} a_{21}b_{22} - \frac{48}{\sqrt{\alpha g}} a_{31}b_{21} - 3a_{32} + 3b_{32} = 0 \tag{5.126}$$

つぎに，式(5.114)の二式から次式が得られる．

$$\begin{aligned}
& t_B \left( -u_0 + \sqrt{\alpha g} t_P + b_{21}t_P^2 + b_{31}t_P^3 \right) \\
& + t_B^2 \left( -\sqrt{\alpha g} - 2b_{21}t_P + b_{22}t_P^2 - 3b_{31}t_P^2 + b_{32}t_P^3 \right) \\
& + t_B^3 \left( b_{21} - 2b_{22}t_P + 3b_{31}t_P - 3b_{32}t_P^2 \right) \\
& = t_A \left( -u_0 - \sqrt{\alpha g} t_P + a_{21}t_P^2 + a_{32}t_P^3 \right) \\
& + t_A^2 \left( \sqrt{\alpha g} - 2a_{21}t_P + a_{22}t_P^2 - 3a_{31}t_P^2 + a_{32}t_P^3 \right) \\
& + t_A^3 \left( a_{21} - 2a_{22}t_P + 3a_{31}t_P - 3a_{32}t_P^2 \right)
\end{aligned} \tag{5.127}$$

ここで，この式に式(5.120)を代入し， $t_A$ で整理すると次式のようになる．

$$\begin{aligned}
& \left\{ \frac{2}{\sqrt{\alpha g}} \left( \frac{1}{2} \sqrt{\alpha g} + 2a_{21}t_P + 3a_{31}t_P^2 \right) \left( -u_0 + \sqrt{\alpha g}t_P + b_{21}t_P^2 + b_{31}t_P^3 \right) \right. \\
& \quad \left. - \left( -u_0 - \sqrt{\alpha g}t_P + a_{21}t_P^2 + a_{31}t_P^3 \right) \right\} t_A \\
& + \left\{ \frac{2}{\sqrt{\alpha g}} \left( -2a_{21} + 2a_{22}t_P - 6a_{31}t_P + 3a_{32}t_P^2 \right) \left( -u_0 + \sqrt{\alpha g}t_P + b_{21}t_P^2 + b_{31}t_P^3 \right) \right. \\
& \quad \left. + \left( 1 + \frac{4}{\sqrt{\alpha g}} a_{21}t_P + \frac{6}{\sqrt{\alpha g}} a_{31}t_P^2 \right) \left( -\sqrt{\alpha g} - 2b_{21}t_P + b_{22}t_P^2 - 3b_{31}t_P^2 + b_{32}t_P^3 \right) \right. \\
& \quad \left. - \left( \sqrt{\alpha g} - 2a_{21}t_P + a_{22}t_P^2 - 3a_{31}t_P^2 + a_{32}t_P^3 \right) \right\} t_A^2 + \dots = 0
\end{aligned} \tag{5.128}$$

この式(5.128)の  $t_A$  の一次にかかる係数を  $t_P$  で整理すると、 $t_P$  の一次と二次にかかる係数の関係からつぎの関係式が得られる。

$$2\sqrt{\alpha g} - \frac{4}{\sqrt{\alpha g}} a_{21}u_0 = 0 \tag{5.129}$$

$$b_{21} + 3a_{21} - \frac{6}{\sqrt{\alpha g}} a_{31}u_0 = 0 \tag{5.130}$$

同様にして、式(5.128)における  $t_A$  の二次にかかる係数を  $t_P$  で整理すると、 $t_P$  の一次と二次にかかる係数の関係からつぎの二つの関係式が得られる。

$$-10a_{21} - 2b_{21} - \frac{4u_0}{\sqrt{\alpha g}} a_{22} + \frac{12u_0}{\sqrt{\alpha g}} a_{31} = 0 \tag{5.131}$$

$$-\frac{20}{\sqrt{\alpha g}} a_{21}b_{21} - \frac{16}{\sqrt{\alpha g}} a_{21}^2 - \frac{6u_0}{\sqrt{\alpha g}} a_{32} + 5a_{22} - 27a_{31} + b_{22} - 3b_{31} = 0 \tag{5.132}$$

式(5.123)～(5.126)と式(5.129)～(5.132)により、 $a_{21}$ 、 $a_{22}$ 、 $a_{31}$ 、 $a_{32}$ 、 $b_{21}$ 、 $b_{22}$ 、 $b_{31}$ 、 $b_{32}$  はつぎのようになる。

$$\begin{aligned}
a_{21} &= \alpha g / 2u_0, \quad a_{22} = -(\alpha g)^{3/2} / 2u_0^2, \quad a_{31} = (\alpha g)^{3/2} / 3u_0^2, \quad a_{32} = -25(\alpha g)^2 / 6u_0^3 \\
b_{21} &= \alpha g / 2u_0, \quad b_{22} = -11(\alpha g)^{3/2} / 2u_0^2, \quad b_{31} = -(\alpha g)^{3/2} / 3u_0^2, \quad b_{32} = -121(\alpha g)^2 / 6u_0^3
\end{aligned} \tag{5.133}$$

以上により、点Pでの水深と流速が求まることになる。つまり、点Pの時間  $t_P$  と位置  $x_P$  を与えることで、式(5.133)の係数を与えた式(5.114)が、 $t_A$ 、 $t_B$  を未知数とした5次式となる。これを解くことで、 $t_A$ 、 $t_B$  が得られるので、式(5.118)に代入することで、点Pでの水深  $h_P$  と流速  $u_P$  が得られる。ただし、図-5.17からも明らかのように、点Pでの解が存在するためには、時間  $t_A$ 、 $t_B$  が浸水開始地点でのフルード数が1以下になるまでの時間である必要がある。

### 5.3.2 数値解析との比較

ここで、浅水流方程式を基礎式とし、有限体積法による数値解析を行い、数値解析結果と上で導出した理論解とを比較することで得られた理論解の妥当性を検証する。

#### (1) 計算条件

ここでの解析では、基礎式の運動方程式の摩擦項を無視した解析を行う。数値解析手法は、前節と同様とする。計算条件は、格子幅を  $1.0 \times 10^{-5}$  mとし、時間の刻み幅は  $1.0 \times 10^{-5}$  secとする。

#### (2) 再現ケース

再現ケースは、Cal-5.3.1～Cal-5.3.3の3ケースを行う。まず、Cal-5.3.1では、浸水開始地点での流速  $u_0$  を 0.1 m/secで与え、浸水開始地点で水深を式(5.111)の形で上昇するように与える。このとき、 $\alpha$ は0.005とする。これに対して、Cal-5.3.2では、浸水開始地点での水位の上昇を時間に関して線形で与え、傾きは0.005として与える。浸水開始地点での流速  $u_0$  は、Cal-5.3.1と同様の0.1 m/secを与える。Cal-5.3.1とCal-5.3.2を比較することにより、浸水開始地点での水位の上昇に関わらず、浸水距離が線形的に変化していくかを確認する。Cal-5.3.3では、浸水開始地点での流速  $u_0$  を0.2 m/secとして与え、浸水開始地点での水深は、Cal-5.3.1と同様にする。Cal-5.3.1とCal-5.3.3を比較することで、浸水距離の変化の傾きが浸水開始地点での流速  $u_0$  に依存することを示す。また、Cal-5.3.1によって得られた水深と流速の空間分布を導出した理論解と比較することで、理論解の妥当性を検証する。

#### (3) 解析結果と考察

まず、浸水距離  $x_f$  の時間変化に関する理論と解析結果の比較を図-5.18に示す。これらの図は、両対数グラフで表されており、黒の実線が式(5.113)が理論解であり、白い四角でプロットされたものがそれぞれの解析結果である。いずれの計算ケースにおいても浸水開始直後は、理論解に沿って変化していることが確認できる。このことから、津波浸水初期過程では、水位の上がり方に関わらず、浸水距離が線形的に変化し、理論的に導出された特性が妥当であることがわかる。また、浸水開始地点での流速  $u_0$  を0.1 m/secとして与えたCal-5.3.1、Cal-5.3.2に対して、0.2 m/secを与えたCal-5.3.3は、浸水距離が大きな値をとっていることが確認できる。これは、式(5.113)に示すように、浸水距離の時間変化を表す傾きが浸水開始地点での流速  $u_0$  に依存していることと合致している。

つぎに、Cal-5.3.1により得られた水深と流速の空間分布を図-5.19に示す。これらの図は、浸水開始から0.08 sec, 0.12 sec, 0.16 secの時間経過後のものである。それぞれの図において、実線で各時間での水深と流速の区間分布を示したものであり、白の四角が解析によって得られたものである。これらの図から、

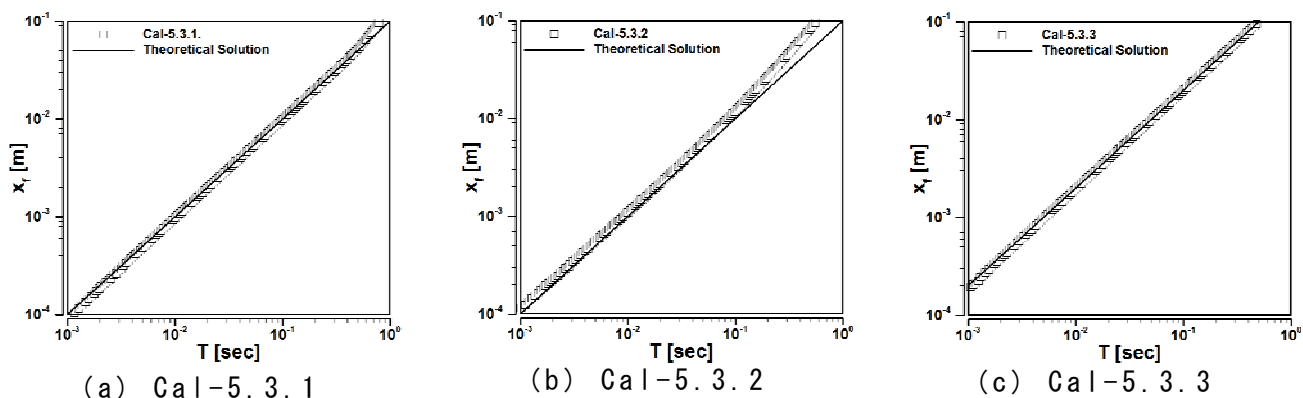
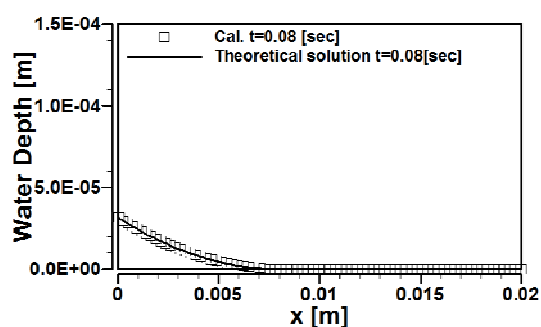
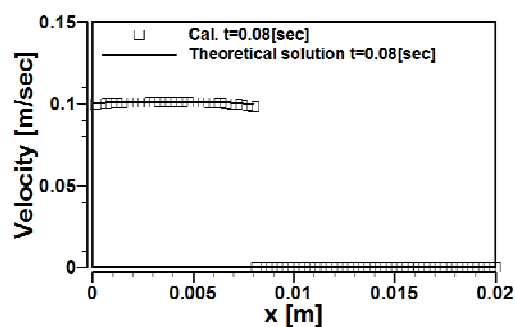


図-5.18 浸水距離  $x_f$  の時間経過

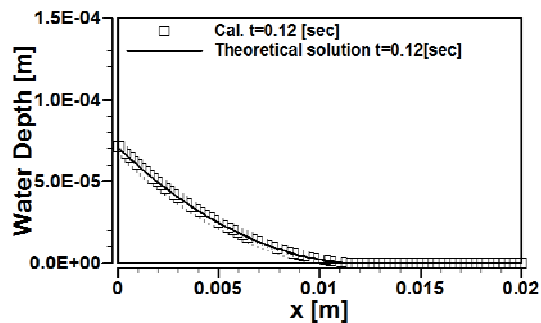


水深の空間分布

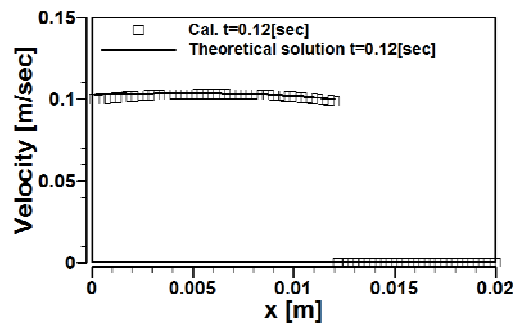


流速の空間分布

(a)  $t=0.08$  sec

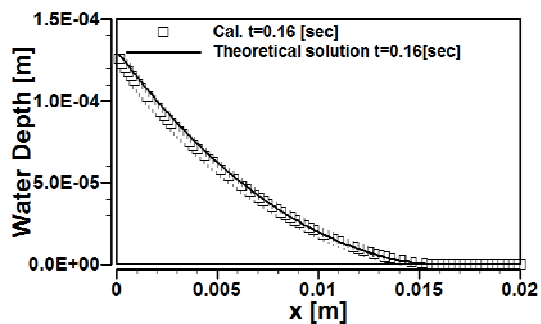


水深の空間分布

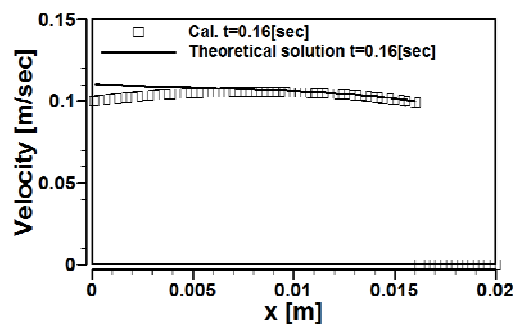


流速の空間分布

(b)  $t=0.12$  sec



水深の空間分布



流速の空間分布

(c)  $t=0.16$  sec

図-5.19 水深と流速の空間分布 (Cal-5.3.1)

理論解と解析解とを比較した時，浸水開始から0.16 sec以降になると， $x=0\text{m}$ 付近で，誤差が見られるようになるが，解析で得られた水深と流速の各時間の分布が，理論解とおおよそ一致しており，得られた理論解が妥当なものであることが確認できる．

以上の解析との比較から，導出した理論が妥当なものであることが示された．

### 5.3.3 実験との比較

ここで，室内実験を行い，本節で理論的に導出した浸水開始直後の津波の遡上特性が実際の現象として見られるかを確認する．

#### (1) 実験概要

ここでは，図-5.20に示すような水路を用いて，浸水開始直後の浸水開始地点での流速がある程度大きくなるように，沖から波を起こし，波がどのように遡上していくかについて検討する．図-5.20に示すように，水路の全長は8 mで，点Bより左側水域とし，点Bに直立の護岸を設け，それより右側は水平な陸域とする．初期条件として，水位が点Bの護岸の高さまでになるように水を満たす．つまり，図に示す水路の左端から3 mまでの水深が0.15 mで，点Aから点Bまでの水深は0.01 mとする．

点A，B，Cの各点では，カメラにより水位の時間変化の計測を行う．また，陸上域では，浸水距離の時間変化の計測を行う．点Aから点Bは浅水域であり，この領域で波高が高くなるが，浸水開始地点Bで，砕波しない程度の波を対象とする．

また，実験条件下での解析を前節と同様の有限体積法により行う．これにより得られた解析結果と実験結果を理論と比較することで，実験における初期の津波の遡上特性についてさらに検討する．解析の境界条件として，点Aでの実験の水位の時間変化を与えることで実験と同じ波を再現することにする．摩擦項のマニング粗度係数は0.01として与える．

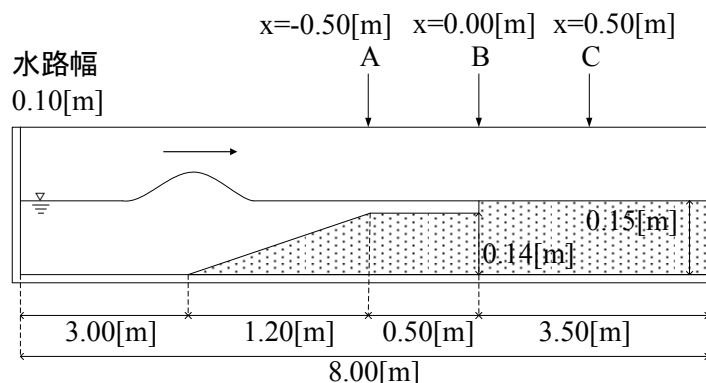


図-5.20 実験水路

## (2) 実験結果と考察

まず、図-5.21に各地点の水位の時間変化を示す。丸でプロットしたものが点A、四角が点B、三角が点Cの水位である。この図から、沖から発生した波が浅水域のAを通過し、点Bの段差で急激に水位が高くなることがわかる。その一方で、陸上を遡上する点Cでは、水位が減少していることも確認できる。図-5.22に示す波の陸上への浸水の様子から、波が碎波することなく、陸上に遡上していることが確認できる。高橋ら[13]による越波の分類と比較すると、本実験での波は比較的周期が長く、護岸の高さが低いケースであると考えられる。また、護岸付近から遡上方向に水位が急激に低くなっているが、この特徴は、岩崎・富樫[14]による実験でも確認されており、護岸付近での流速の急激な増大と関係していることが指摘されている。

図-5.23、図-5.24は、数値解析によって得られた点Bと点Cでの水位の時間変化と実験値とを比較したものである。実線が解析結果で、白丸でプロットしたものが実験値である。これらの図から、解析結果では、実験より水位を過大に評価しているが、水位変動の挙動はある程度実験に近い形をとっていることが確認できる。図-5.25、図-5.26は、解析によって得られた水深の空間分布、流速の空間分布を示している。これらの図から、浸水開始地点 $x=0.0$  m付近で水位が急激に変化し、流速は急激に増大しており、先述した遡上での特徴を示していることがわかる。これらのことから、解析結果は、水位の過大評価はあるが、ある程度の再現性は認められる。また、図-5.27は、各地点でのフルード数の時間経過を示したものであるが、沖( $x=-0.5$  m)では、常に流れが常流であるのに対して、浸水開始地点( $x=0.0$  m)では、浸水開始直後に急激にフルード数が上昇し、短い区間であるが流れが射流となっていることが確認できる。図-5.28は、浸水距離 $x_f$ の時間経過を経過を示したものであり、両対数グラフでプロットしたものである。白の四角で示した解析結果と灰色の丸でプロットした実験結果は、ほぼ同様の変化を示している。また、実線で示した理論解とほぼ平行に変化していることから、浸水距離が線形的に変化していることがわかる。理論解が、実験と解析の結果と大きな差が出ているのは、図に示す理論解が、点Bに波が到達したときの解析での流速をもとに算出したものであり、図-5.29に示す解析における点Bの流速からも明らかなように、数値拡散などにより、解析では、初期の流速が非常に小さい値となるためと考えられる。図-5.28の点線は、初期の流速を $0.25$  m/secとしたものであり、この線と実験とを比較した時、初期においてある程度一致していることから、実際は、この程度の値の流速で波が浸水開始したと考えられる。

以上のことから、実験において、初期の津波遡上過程においても浸水距離は線形的に変化していくことは確認された。

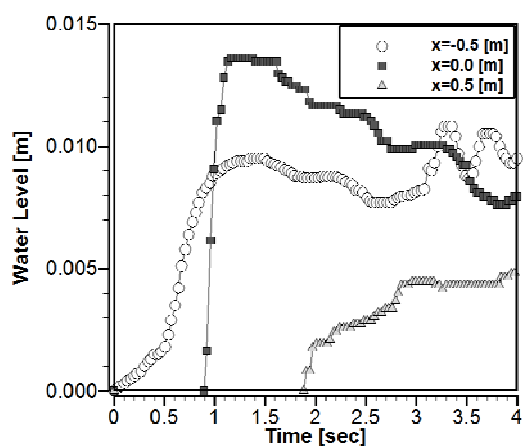


図-5.21 各地点の水位の時間変化

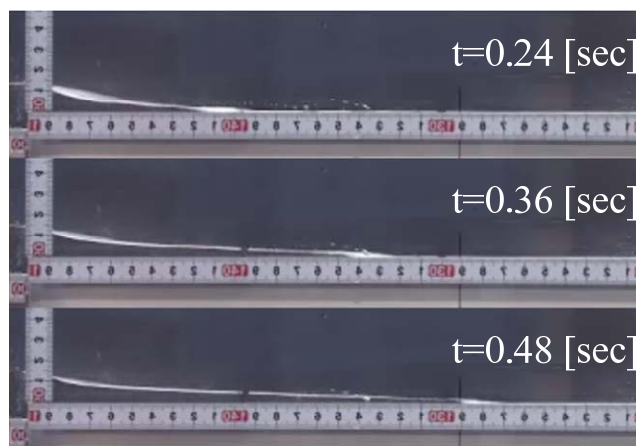


図-5.22 波の陸上への浸水の様子

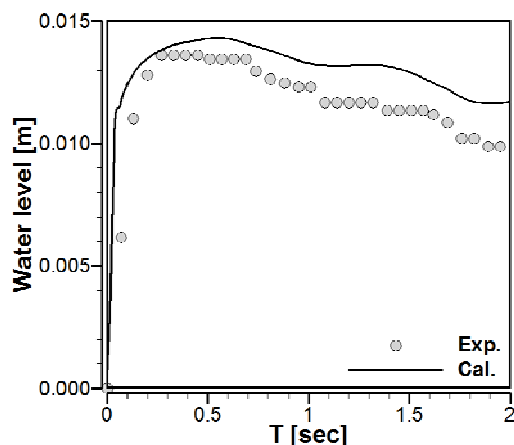


図-5.23 点Bの水位の時間経過

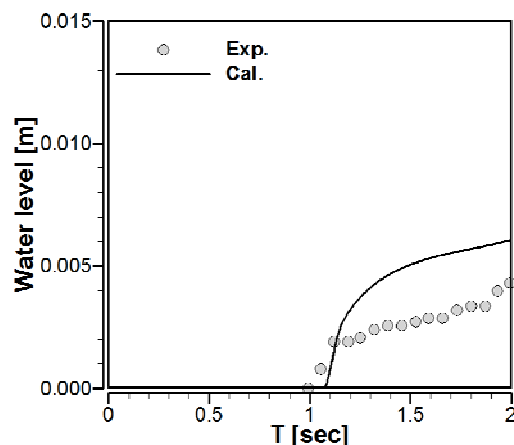


図-5.24 点Cの水位の時間経過

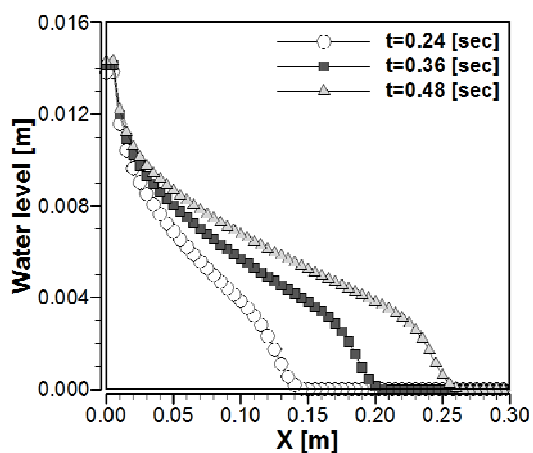


図-5.25 水深の空間分布(数値解析)

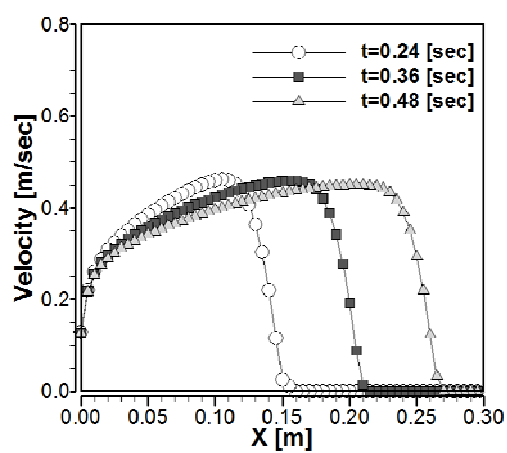


図-5.26 流速の空間分布(数値解析)



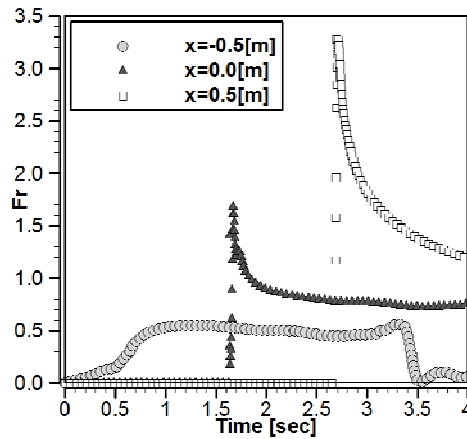


図-5.27 各地点でのフルード数の時間経過

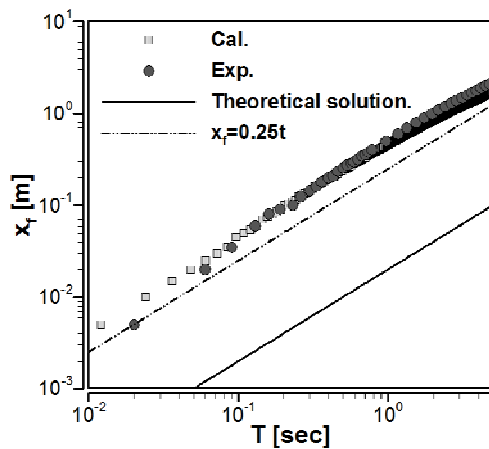


図-5.28 浸水距離  $x_f$  の時間経過

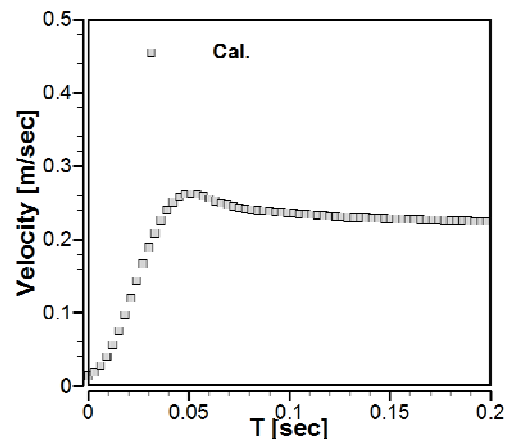
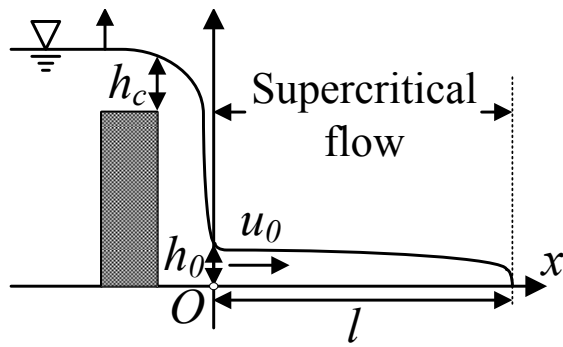


図-5.29 点Bの流速の時間経過

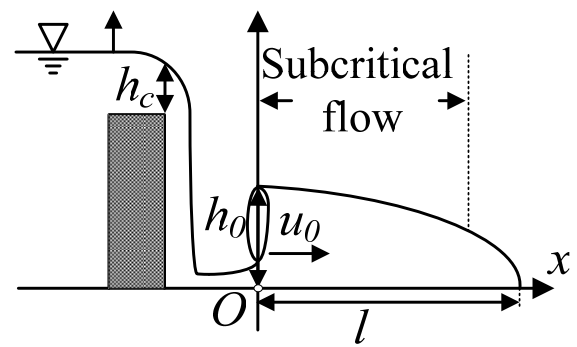
## 5.4 防潮堤越流後の津波の遡上過程

### 5.4.1 基礎式

ここでは、防潮堤上流端において、限界水深  $h_c$  (流量  $q_c$ ) が時間の経過とともに上昇しながら、陸上へと水が流入し、陸上を遡上していく過程を対象とする。この対象において、図-5.30に示すような二つの過程が考えられる。ひとつは、(a) 防潮堤を越流した直後の遡上初期の段階であり、全領域において流れが射流の状態では遡上していく過程である。もうひとつは、時間の経過とともに、底面の摩擦の影響により跳水が発生し、(b) 流れの一部が常流となって遡上していく過程である。これらの過程におけるそれぞれの津波の遡上特性について検討



(a) 流れの全領域で射流



(b) 流れの一部が常流

図-5.30 防潮堤を越流後の津波遡上過程

するために、その相似解の導出を行う。基礎式として、次式の連続式と運動方程式から構成される1次元浅水流方程式を用いる。

[連続式] 
$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial hu}{\partial x} = 0 \quad (5.134)$$

[運動方程式] 
$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} = -C_f \frac{u|u|}{h} \quad (5.135)$$

ここに、 $t$ : 時間、 $x$ : 空間座標、 $h$ : 水深、 $u$ : 水深平均流速、 $g$ : 重力加速度、 $C_f$ : 摩擦係数である。

まず、図-5.30における点 $O$ から浸水位置先端までの水深と流速の空間分布が、点 $O$ から先端までの距離 $l(t)$ の無次元化により、それぞれ相似関数 $p(\xi)$ と $q(\xi)$ で表されたとする。（ここに、 $\xi$ は無次元空間軸で $x/l(t)$ である。）これにより水深 $h$ と流速 $u$ はつぎのように表される。

$$h = h_0(t)p\left(\frac{x}{l(t)}\right), \quad u = u_0(t)q\left(\frac{x}{l(t)}\right) \quad (5.136)$$

ここに、 $h_0(t)$ : 点 $O$ における水深、 $u_0(t)$ : 点 $O$ における流速である。

つぎに、次式に示すように $h_0(t)$ 、 $u_0(t)$ 、 $l(t)$ 、 $q_c(t)$ が時間に関してそれぞれ $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$ 乗であるとする、

$$h_0(t) = \alpha t^a, \quad u_0(t) = \beta t^b, \quad l(t) = \gamma t^c, \quad q_c(t) = \delta t^d \quad (5.137)$$

ここに、 $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$ 、 $\delta$ はそれぞれにかかる係数である。

また、点 $O$ における流量 $q_0(t)$ は、次式に示すように防潮堤の天端から限界水深で流入する流量 $q_c(t)$ と一致すると仮定する。

$$q_0(t) = u_0(t) \cdot h_0(t) = \alpha\beta t^{a+b} \approx q_c(t) = \delta t^d \quad (5.138)$$

式(5.136)から式(5.138)を式(5.134)と(5.135)に代入することで次式が得られる。

$$a\alpha p(\xi)t^{a-1} - c\alpha\xi \frac{dp}{d\xi} t^{a-1} + \frac{\alpha\beta}{\gamma} \frac{d}{d\xi} (p(\xi)q(\xi)) t^{a+b-c} = 0 \quad (5.139)$$

$$\begin{aligned} b\beta q(\xi)t^{b-1} - c\beta\xi \frac{dq(\xi)}{d\xi} t^{b-1} + \frac{\beta^2}{\gamma} q(\xi) \frac{dq(\xi)}{d\xi} t^{2b-c} + g \frac{\alpha}{\gamma} \frac{dp(\xi)}{d\xi} t^{a-c} \\ = -C_f \frac{\beta^2}{\alpha} \frac{q(\xi)^2}{p(\xi)} t^{2b-a} \end{aligned} \quad (5.140)$$

#### 5.4.2 慣性-圧力領域

ここで、全領域で流れが射流となって遡上していく過程について検討する。この過程において、相似解が存在する場合、流れが射流から常流へと変わる要因となる底面摩擦力の影響が小さく、慣性力と圧力が卓越した状態、つまり慣性-圧力領域であると考えられる。よって、ここでは、慣性-圧力領域の相似解の導出を行う。

この領域では、点 $O$ で流れが射流であることから、 $h_0(t)$ および $q_c(t)$ が与えられていることを想定する。つまり未知数は、 $b$ ,  $c$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $p(\xi)$ ,  $q(\xi)$ となる。

まず、 $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ の関係を導出する。式(5.116)において、底面摩擦力の項を無視した場合、式(5.138), (5.139), (5.140)の時間のべき乗に着目すると、つぎの関係を導く。

$$a = \frac{2d}{3}, \quad b = \frac{d}{3}, \quad c = \frac{d+3}{3} \quad (5.141)$$

この関係から、この領域では、流入してくる流量 $q_c(t)$ を決める $d$ の値によって、点 $O$ における水深 $h_0(t)$ 、流速 $u_0(t)$ 、浸水距離 $l(t)$ を決める $a$ ,  $b$ ,  $c$ の値が定まることを意味している。しかし、この領域では、 $a$ と $d$ が与えられていることから、相似解が存在するためには、 $h_0(t)$ と $q_c(t)$ は、式(5.141)が成立するように時間変化していく必要がある。つまり、この領域では比較的、限定された相似解となることがわかる。

つぎに、 $\beta$ ,  $\gamma$ 及び相似関数 $p(\xi)$ ,  $q(\xi)$ の関係の導出を行う。そこで、 $p(\xi)$ と $q(\xi)$ を次式のような $\xi$ の多項式で表せるとする。

$$p(\xi) = 1 + p_1\xi + p_2\xi^2 + p_3\xi^3 + p_4\xi^4 + p_5\xi^5 \quad (5.142)$$

$$q(\xi) = 1 + q_1\xi + q_2\xi^2 + q_3\xi^3 + q_4\xi^4 + q_5\xi^5 \quad (5.143)$$

ここに,  $p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5$ : 未知数である.

式(5.142), (5.143)を式(5.139)に代入すると, 次式が得られる.

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{2}{3}d + \frac{\beta}{\gamma}(p_1 + q_1) \right\} + \left\{ \left( \frac{1}{3}d - 1 \right) p_1 + 2\frac{\beta}{\gamma}(q_2 + p_1q_1 + p_2) \right\} \xi \\ & + \left\{ -2p_2 + 3\frac{\beta}{\gamma}(q_3 + p_1q_2 + p_2q_1 + p_3) \right\} \xi^2 \\ & + \left\{ \left( -\frac{1}{3}d - 3 \right) p_3 + 4\frac{\beta}{\gamma}(q_4 + p_1q_3 + p_2q_2 + p_3q_1 + p_4) \right\} \xi^3 \\ & + \left\{ \left( -\frac{2}{3}d - 4 \right) p_4 + 5\frac{\beta}{\gamma}(q_5 + p_1q_4 + p_2q_3 + p_3q_2 + p_4q_1 + p_5) \right\} \xi^4 \dots = 0 \end{aligned} \quad (5.144)$$

式(5.144)における  $\xi$  の 0 次から 4 次にかかる係数の関係から, つぎの関係式が得られる.

$$\frac{2}{3}d + \frac{\beta}{\gamma}(p_1 + q_1) = 0 \quad (5.145)$$

$$\left( \frac{1}{3}d - 1 \right) p_1 + 2\frac{\beta}{\gamma}(q_2 + p_1q_1 + p_2) = 0 \quad (5.146)$$

$$-2p_2 + 3\frac{\beta}{\gamma}(q_3 + p_1q_2 + p_2q_1 + p_3) = 0 \quad (5.147)$$

$$\left( \frac{1}{3}d - 3 \right) p_3 + 4\frac{\beta}{\gamma}(q_4 + p_1q_3 + p_2q_2 + p_3q_1 + p_4) = 0 \quad (5.148)$$

$$\left( \frac{2}{3}d - 4 \right) p_4 + 5\frac{\beta}{\gamma}(q_5 + p_1q_4 + p_2q_3 + p_3q_2 + p_4q_1 + p_5) = 0 \quad (5.149)$$

同様にして, 式(5.142), (5.143)の摩擦項を無視した式(5.140)に代入し,  $\xi$ で整理してやると,  $\xi$ の 0 次から 4 次にかかる係数の関係が つぎのように得られる.

$$\frac{2}{3}d\beta + \frac{\beta^2}{\gamma}q_1 + \frac{g\alpha}{\gamma}p_1 = 0 \quad (5.150)$$

$$-\beta q_1 + \frac{\beta^2}{\gamma}(2q_2 + q_1^2) + 2\frac{g\alpha}{\gamma}p_2 = 0 \quad (5.151)$$

$$-\left(\frac{1}{3}d+2\right)\beta q_2+3\frac{\beta^2}{\gamma}(q_3+q_1q_2)+3\frac{g\alpha}{\gamma}p_3=0 \quad (5.152)$$

$$-\left(\frac{2}{3}d+3\right)\beta q_3+4\frac{\beta^2}{\gamma}\left(q_4+q_1q_3+\frac{1}{2}q_2^2\right)+4\frac{g\alpha}{\gamma}p_4=0 \quad (5.153)$$

$$-(d+4)\beta q_4+5\frac{\beta^2}{\gamma}(q_5+q_1q_4+q_2q_3)+5\frac{g\alpha}{\gamma}p_5=0 \quad (5.154)$$

さらに，先端での流速  $u_{x=l}$  が浸水していく速度  $dl(t)/dt$  と一致すると仮定すると，つぎの関係を得る．

$$\gamma\left(\frac{1}{3}d+1\right)=\beta(1+q_1+q_2+q_3+q_4+q_5) \quad (5.155)$$

これら式(5.145)から式(5.155)を解くことにより， $\beta$ ， $\gamma$  及び相似関数  $p(\xi)$ ， $q(\xi)$  を求めることができる．

前述の通り，この相似解は限定的な条件となることから，その一例として流量が一定で流入してくる場合，つまり， $d=0$  である時の相似解について検討してみる．この時，式(5.141)の関係から， $a=0$ ， $b=0$ ， $c=0$  であり，式(5.145)～(5.155)より， $p(\xi)=1$ ， $q(\xi)=1$ ， $\gamma=\beta=\delta/\alpha$  となる．これらから，流量一定で水が流入してくる場合，点  $O$  での水深，流速は一定となり，浸水距離は線形的に変化する．また，水深と流速は，点  $O$  から先端まで同じ値で分布していくことがわかる．

### 5.4.3 圧力-摩擦領域

つぎに，跳水が発生し，流れの一部が常流となって遡上していく過程について検討を行う．この過程では，遡上開始から時間がある程度経過し，底面摩擦力の影響が大きくなっていることから，相似解は，圧力-摩擦領域における解となると考えられる．そこで，ここでは，圧力-摩擦領域における相似解の導出を行う．この過程では，跳水の位置が下流から上流へと移動していく．この領域での相似解の導出の際には，この跳水の位置の移動速度は，非常にゆっくりしたものとする．

この領域では， $q_c(t)$  のみが与えられていることを想定する．よって，未知数は， $a$ ， $b$ ， $c$ ， $\alpha$ ， $\beta$ ， $\gamma$ ， $p(\xi)$ ， $q(\xi)$  となる．

まず，先ほどの慣性-圧力領域と同様に， $a$ ， $b$ ， $c$ ， $d$  の関係を導出する．式

(5.140)において，慣性項を無視した場合，式(5.138)，(5.139)，(5.140)から，つぎの関係を得る．

$$a = \frac{3d+1}{5}, \quad b = \frac{2d-1}{5}, \quad c = \frac{2d+4}{5} \quad (5.156)$$

つぎに， $\alpha$ ， $\beta$ ， $\gamma$ ， $p(\xi)$ ， $q(\xi)$ を求める． $p(\xi)$ ， $q(\xi)$ を次式のように $\xi$ の8次の多項式とする．

$$p(\xi) = 1 + p'_1 \xi + p'_2 \xi^2 + \dots + p'_8 \xi^8 \quad (5.157)$$

$$q(\xi) = 1 + q'_1 \xi + q'_2 \xi^2 + \dots + q'_8 \xi^8 \quad (5.158)$$

ここに， $p'_1 \sim p'_8$ ， $q'_1 \sim q'_8$ ：未知数である．

これら式(5.157)，(5.158)を式(5.139)に代入し，慣性-圧力領域における相似解の導出の際と同様に， $\xi$ で整理することで， $\xi$ の0次から7次にかかる係数の関係が以下のように得られる．

$$\frac{1}{5}(3d+1) + \frac{\beta}{\gamma}(p'_1 + q'_1) = 0 \quad (5.159)$$

$$\frac{1}{5}(d-3)p'_1 + 2\frac{\beta}{\gamma}(q'_2 + p'_1 q'_1 + p'_2) = 0 \quad (5.160)$$

$$\frac{1}{5}(-d-7)p'_2 + 3\frac{\beta}{\gamma}(q'_3 + p'_1 q'_2 + p'_2 q'_1 + p'_3) = 0 \quad (5.161)$$

$$\frac{1}{5}(-3d-11)p'_3 + 4\frac{\beta}{\gamma}(q'_4 + p'_1 q'_3 + p'_2 q'_2 + p'_3 q'_1 + p'_4) = 0 \quad (5.162)$$

$$\frac{1}{5}(-5d-15)p'_4 + 5\frac{\beta}{\gamma}(q'_5 + p'_1 q'_4 + p'_2 q'_3 + p'_3 q'_2 + p'_4 q'_1 + p'_5) = 0 \quad (5.163)$$

$$\frac{1}{5}(-7d-19)p'_5 + 6\frac{\beta}{\gamma}(q'_6 + p'_1 q'_5 + p'_2 q'_4 + p'_3 q'_3 + p'_4 q'_2 + p'_5 q'_1 + p'_6) = 0 \quad (5.164)$$

$$\frac{1}{5}(-9d-23)p'_6 + 7\frac{\beta}{\gamma}(q'_7 + p'_1 q'_6 + p'_2 q'_5 + p'_3 q'_4 + p'_4 q'_3 + p'_5 q'_2 + p'_6 q'_1 + p'_7) = 0 \quad (5.165)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{5}(-11d-27)p'_7 \\ & + 8\frac{\beta}{\gamma}(q'_8 + p'_1 q'_7 + p'_2 q'_6 + p'_3 q'_5 + p'_4 q'_4 + p'_5 q'_3 + p'_6 q'_2 + p'_7 q'_1 + p'_8) = 0 \end{aligned} \quad (5.166)$$

また，同様に，式(5.157)，(5.158)を慣性項を無視した式(5.140)に代入することで， $\xi$ の0次から7次にかかる係数の関係が以下のように得られる．

$$\frac{g\alpha}{\gamma}p'_1 + \frac{C_f\beta^2}{\alpha} = 0 \quad (5.167)$$

$$\frac{g\alpha}{\gamma}(2p'_2 + p'^2_1) + 2\frac{C_f\beta^2}{\alpha}q'_1 = 0 \quad (5.168)$$

$$3\frac{g\alpha}{\gamma}(p'_3 + p'_1 p'_2) + \frac{C_f\beta^2}{\alpha}(q'^2_1 + 2q'_2) = 0 \quad (5.169)$$

$$\frac{g\alpha}{\gamma}(4p'_4 + 4p'_1 p'_3 + 2p'^2_2) + 2\frac{C_f\beta^2}{\alpha}(q'_1 q'_2 + q'_3) = 0 \quad (5.170)$$

$$5\frac{g\alpha}{\gamma}(p'_5 + p'_1 p'_4 + p'_2 p'_3) + \frac{C_f\beta^2}{\alpha}(q'^2_2 + 2q'_1 q'_3 + 2q'_4) = 0 \quad (5.171)$$

$$\frac{g\alpha}{\gamma}(6p'_6 + 6p'_1 p'_5 + 6p'_2 p'_4 + 3p'^2_3) + 2\frac{C_f\beta^2}{\alpha}(q'_1 q'_4 + q'_2 q'_3 + q'_5) = 0 \quad (5.172)$$

$$7\frac{g\alpha}{\gamma}(p'_7 + p'_1 p'_6 + p'_2 p'_5 + p'_3 p'_4) + \frac{C_f\beta^2}{\alpha}(q'^2_3 + 2q'_1 q'_5 + 2q'_2 q'_4 + 2q'_6) = 0 \quad (5.173)$$

$$\begin{aligned} \frac{g\alpha}{\gamma}(8p'_8 + 8p'_1 p'_7 + 8p'_2 p'_6 + 8p'_3 p'_5 + 4p'^2_4) \\ + 2\frac{C_f\beta^2}{\alpha}(q'_1 q'_6 + q'_2 q'_5 + q'_3 q'_4 + q'_7) = 0 \end{aligned} \quad (5.174)$$

先端での水深  $h_{x=l}$  がゼロでありという関係と，流速  $u_{x=l}$  が浸水していく速度  $dl(t)/dt$  と一致するという関係から次式を得る．

$$1 + p'_1 + p'_2 + p'_3 + p'_4 + p'_5 + p'_6 + p'_7 + p'_8 = 0 \quad (5.175)$$

$$\gamma\left(\frac{2}{5}d + \frac{4}{5}\right) = \beta(1 + q'_1 + q'_2 + q'_3 + q'_4 + q'_5 + q'_6 + q'_7 + q'_8) \quad (5.176)$$

以上の式(5.159)～(5.176)を数値的に解くことで， $\alpha$ ， $\beta$ ， $\gamma$ ， $p'_1 \sim p'_8$ ， $q'_1 \sim q'_8$ が求めることができる．

慣性-圧力領域と同様，流量が一定で流入してくる場合，つまり， $d=0$ である時の相似解について検討する．この時，式(5.141)の関係から， $a=3/5$ ， $b=-1/5$ ，

$c=4/5$ となる． $a$ が正の値であることから，跳水により点 $O$ での水深が時間の経過と共に増加する．その一方で， $b$ は負の値となり， $c$ は1以下の値であることから，流速は減速し，慣性-圧力領域と比較すると，浸水距離の時間変化の割合が小さくなることがわかる．

#### 5.4.4 数値解析との比較

ここで，上で導出した相似解の妥当性を検証するために1次元水深積分モデルによる数値解析を行う．

##### (1) 計算条件

水路勾配がゼロである水路の上流端で高さ5.0 mの防潮堤があるとして，そこから，限界水深 $h_c=0.35$  m（一定），単位幅流量 $q_c=0.66$  m<sup>2</sup>/secを与えて，津波が陸上を遡上していく過程を数値解析によって再現する．数値解析手法は，先ほどの水平陸上を遡上する津波を対象としたものと同じとする．はじめに試験的に解析を行ったところ，遡上の早い段階で摩擦項が大きくなることが確認された．このことから，慣性-圧力領域における相似解の妥当性を検証するために，まず，摩擦項を無視した解析(Cal-5.4)を行う．つぎに，摩擦項も含めた解析(Cal-5.5)を行い，圧力-摩擦領域について検討する．

##### (2) 解析結果及び考察

まず，慣性-圧力領域における相似解の妥当性を検証するために，Cal-5.4の解析結果からみていく．図-5.31と図-5.32は，それぞれ点 $O$ における流速の時間経過と浸水距離の時間経過を表したものである．実線は，式(5.117)より得る慣性-圧力領域において成り立つ関係であり，前述の通り，流量一定では， $b=0$ ， $c=1$ となる．解析結果は，浸水開始から0.8 sec以降で，流速も浸水距離もこの実線で表す理論解にそれぞれ漸近しており，慣性-圧力領域に入っていることが確認できる．この領域における解析解の水深と流速の無次元空間分布と相似関数 $p(\xi)$ ， $q(\xi)$ を比較した図が，図-5.33と図-5.34である．水深と流速の空間分布のどちらにおいても，下流の領域で相似解と異なる結果となっているが， $\xi=0.7$ 付近までは，ほぼ一定となっており，相似解に一致していることがわか



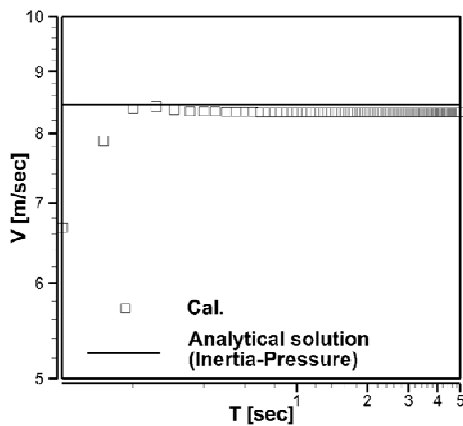


図-5.31 流速の時間経過  
(Cal-5.4)

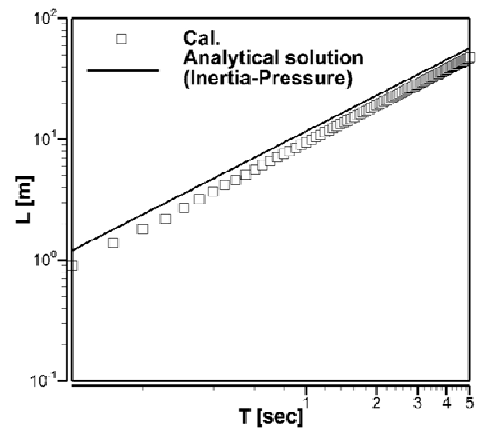


図-5.32 浸水距離の時間経過  
(Cal-5.4)

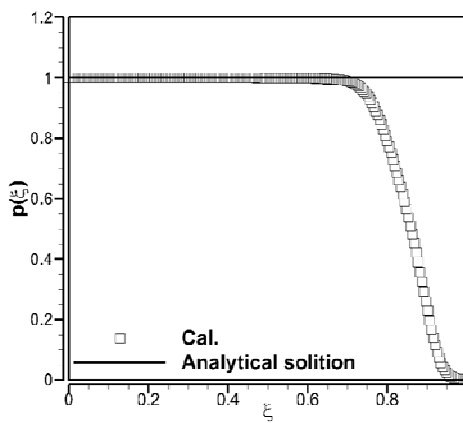


図-5.33 相似関数  $p(\xi)$   
(Cal-5.4)

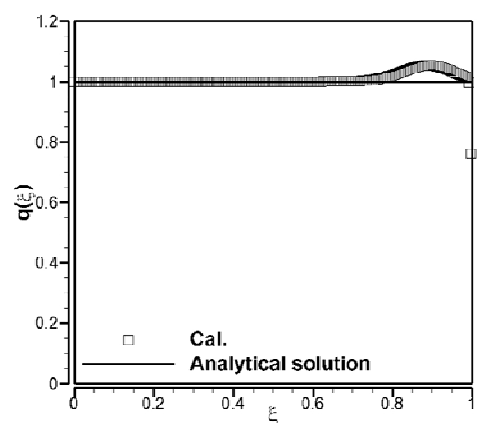


図-5.34 相似関数  $q(\xi)$   
(Cal-5.4)

る．このことから，限定的な条件ではあるが，摩擦項が無視できる場合において，慣性-圧力領域における相似解は存在し，その解が妥当なものであることが確認された．

つぎに，圧力-摩擦領域における相似解について検討するために，Cal-5.5の解析結果を示す．図-5.35，5.36は，それぞれ水深とフルード数の空間分布である．この図から明らかなように，時間の経過とともに，跳水が発生し，流れの一部が常流となっていることが確認できる．また，跳水が徐々に上流に移動していくことが確認できる．この跳水が起こってからその発生地点を点Oとして，この点における水深と流速，浸水距離の時間経過を図-5.37，5.38，5.39に示す．それぞれの点線で表された直線は，式(5.156)によって得られる傾

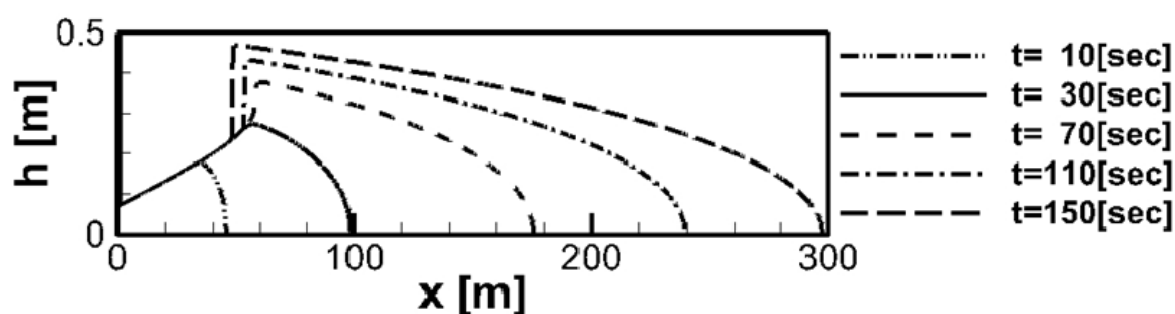


図-5.35 水深の空間分布 (Cal-5.5)

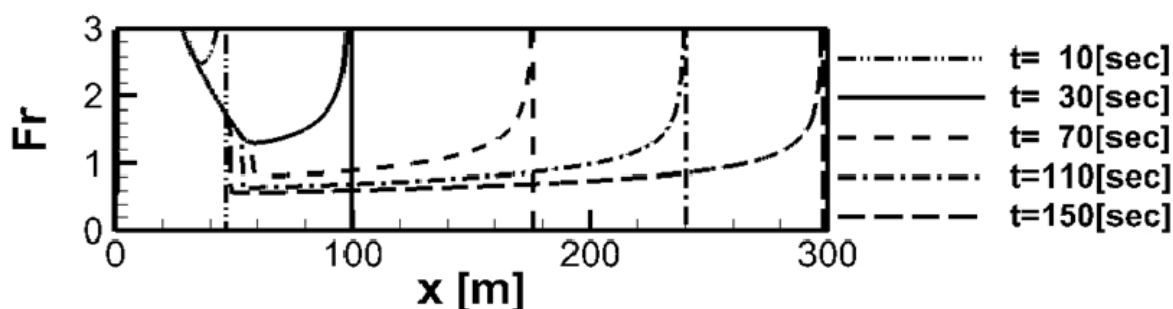


図-5.36 フルード数の空間分布 (Cal-5.5)

き  $a$ ,  $b$ ,  $c$ を表したものである．いずれの値も，遡上開始から十分な時間経過した後に，理論解の点線に漸近しており，圧力-摩擦領域に入っていることが確認できる．この領域における解析解の水深と流速の無次元空間分布と相似関数  $p(\xi)$ ,  $q(\xi)$ を比較した図が，図-5.40と図-5.41である．点線及び実線でプロットしたものが圧力-摩擦領域における相似関数を表しており， $p(\xi)$ ,  $q(\xi)$ を5次から8次まで，それぞれの次数で想定したものを示している．これらの図から，次数を上げるにつれて， $p(\xi)$ は高い値に， $q(\xi)$ は小さい値になり，数値解析解との差が小さくなっていくことが確認できるが，精度によって大きな違いはあまりないことが確認された．また，津波の先端付近では，数値解析結果と少し離れた結果となったが，浸水開始地点付近では，数値解析結果と良く一致することも確認できた．

以上のことから，慣性-圧力領域と圧力-摩擦領域のいずれにおいても，相似関数の分布は下流側で解析と大きな差はあるが，上流側ではある程度一致しており，また，式(5.141)，式(5.156)の関係が成り立つことから，得られた相似解は妥当なものと言える．

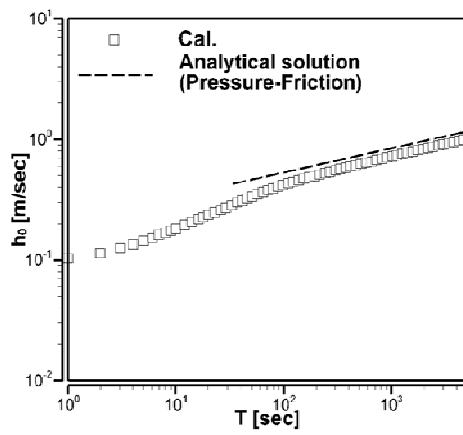


図-5.37 水深の時間経過  
(Cal-5.5)

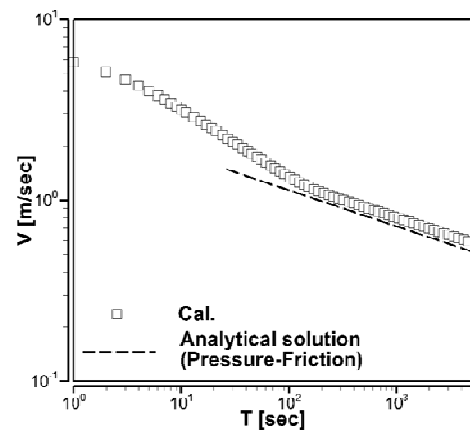


図-5.38 流速の時間経過  
(Cal-5.5)

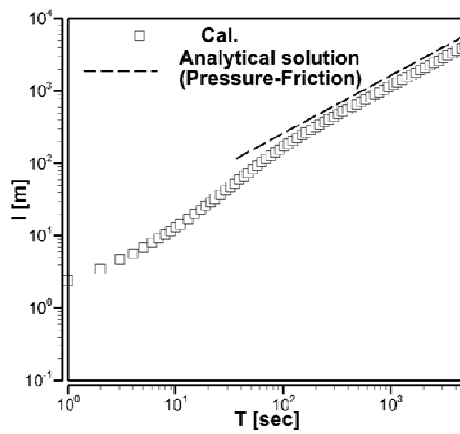


図-5.39 浸水距離の時間経過  
(Cal-5.5)

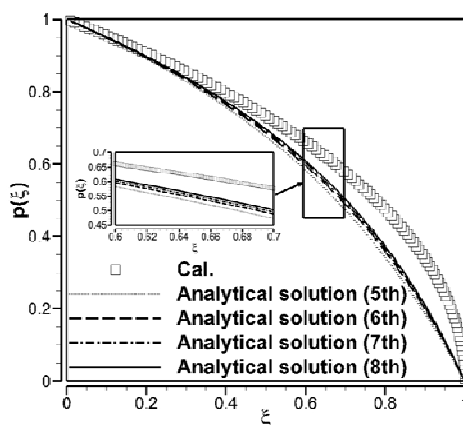


図-5.40 水深の時間経過  
(Cal-5.5)

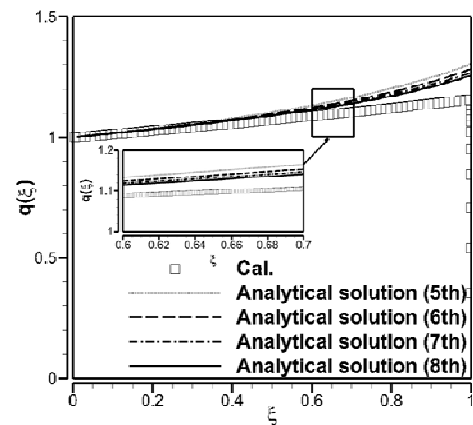


図-5.41 流速の時間経過  
(Cal-5.5)

#### 5.4.5 実験との比較

ここで，防潮堤を設置した水平水路を用いて，津波遡上を対象とした実験を行う．実験結果とこの実験条件を与えた数値解析の解析結果から，得られた相似解の特性が見られるかについて検討を行う．

##### (1) 実験概要

図-5.42のような，水路幅0.2 m，水路長10 mの水平水路を用いる．防潮堤は，高さ0.1 m，幅0.2 m，厚さ0.03 mであり，水路下流端から7 m上流の位置に設置した．防潮堤より上流で水を流入させ，防潮堤を越流し，水平水路に水を浸水させる．その際，防潮堤の位置に1台と下流に2台のカメラを設置し，防潮堤の下流端での水位と浸水距離の時間経過を観測する．また，防潮堤から下流に0.5 m，1.5 m，2.5 mの位置に超音波センサーを設置し，水位の計測を行う．

##### (2) 実験結果と考察

まず，実験における津波の遡上の過程について検討する．実験では，津波の遡上開始から，約20 sec経過後には津波の先端が，水路下流端に到達した．それまでの過程で，防潮堤から2 m下流に設置したカメラから，浸水開始から約15秒経過後には，波状跳水のような水面が表れはじめていることが確認できた．また，津波の先端が，水路下流端に到達して間もなく，波状跳水が明確となり，その後，その跳水は上流へと移動していくことが確認された．これらのことは，図-5.43に示す各地点での水深の時間経過からもわかる．浸水開始から20 secあたりまでは，1.5 m地点と2.5 m地点における水深は，0.5 mに比べて大きな値をとっている，これは，この付近で，跳水が起こり，流れが射流から常流となっているためと考えられる．また，1.5 m地点では，70 sec付近で急激に上昇していることが確認できる．これは，跳水がゆっくりと上流に移動し，1.5 m地点を通過したことによるものである．

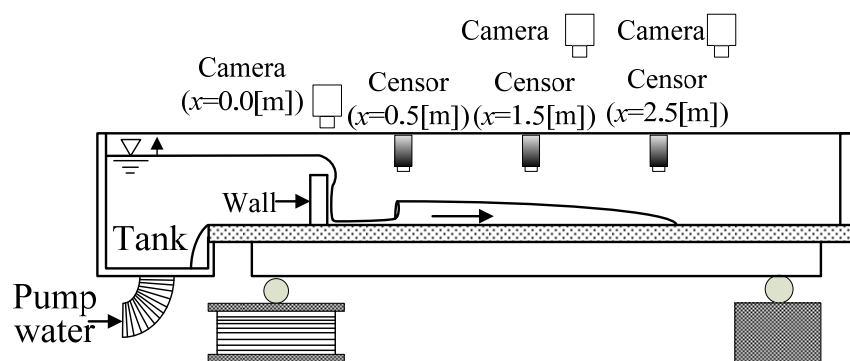


図-5.42 実験水路

つぎに，相似解の特性が表れているかについて検討する．図-5.44は，防潮堤の上端での限界水深の時間変化を両対数グラフにプロットしたものである．直線は，実験結果を  $h_c(t) = \varepsilon t^e$  の形に近似したものであり， $\varepsilon \approx 5.2 \times 10^{-3}$ ， $e \approx 0.3$  となった．よって，陸上に流入する流量  $q(\xi) q_c(t)$  は， $q_c = g^{1/2} h_c^{3/2}$  より， $\delta \approx 3.7 \times 10^{-5}$ ， $d \approx 0.45$  となる．数値解析ではこの値を境界条件として与えて解析を行った．図-5.45は，浸水距離の時間経過である．この図から，実験の結果では，慣性-圧力領域(実線)より，圧力-摩擦領域(点線)に近い傾きで，浸水距離が変化していることが確認できる．しかし，実験水路は十分な長さが無く，圧力-摩擦領域に入っているかは不明確である．ただ，数値解析結果においては，ある程度の時間経過後には，この領域に近い傾きで漸近していることから，十分な水路の長さがあれば，この領域に入っていくことになると思われる．

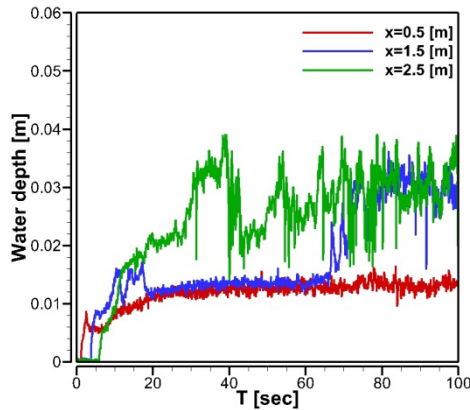


図-5.43 各地点での水深の時間経過

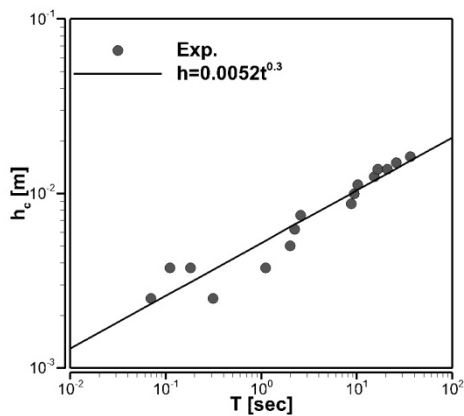


図-5.44 限界水深の時間経過

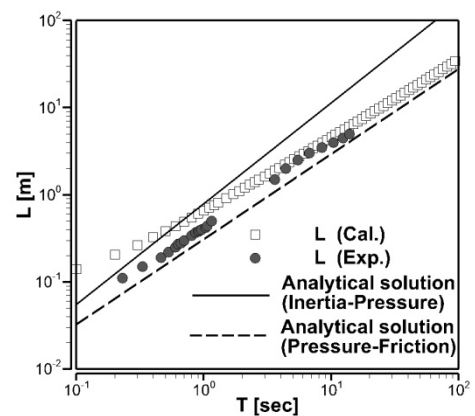


図-5.45 浸水距離の時間経過

## 5.5 まとめ

本研究では、水平な陸上に遡上する津波と防潮堤を越流し陸上へと遡上する津波を対象とした理論解の導出を行い、その基本特性について検討をおこなった。得られた結果をまとめると以下のようになる。

### 相似解法に基づく水平な陸上に遡上する津波の特性

- 慣性-圧力領域，圧力-摩擦領域のそれぞれの領域において，上流端の水位上昇と流速の変化量と浸水距離の増加する割合の間での関係を導出した。
- 慣性-圧力領域で相似解が存在するには，浸水開始地点 $O$ で流れが射流であり，浸水開始地点でのフルード数が一定となる必要があることが示された。
- 圧力-摩擦領域においては，水深と流速の分布関数を導出することができ，それぞれ，上流端における水位の上昇する割合によって決まることが明らかになった。
- 数値解析による結果と比較することにより，慣性-圧力領域，圧力-摩擦領域の確認を行い，上流端の水位上昇と流速の変化量と浸水距離の増加する割合の間での関係が妥当であることを示した。このとき，慣性-圧力領域は津波遡上過程の初期の段階の非常に短い期間で見られるのに対して，圧力-摩擦領域は，遡上開始から十分な時間経過後に安定した解として表れることが確認できた。
- 圧力-摩擦領域においては，水深と流速の分布関数は，数値解析結果との比較により， $a$ の変化に対する傾向を良く捉えられていることが確認できた。
- 圧力-摩擦領域では，水位が減少していく過程において， $a$ の値が大きい場合には，水位の空間的ピーク地点がない相似解となり， $a$ の値が小さい場合には，浸水開始地点付近での流速が負となり，水位の空間的ピーク地点をもつような相似解となることが確認された。
- 水位上昇により乾いた水路に浸水していく過程の実験を行い，得られた理論値と比較したところ，圧力-摩擦領域での関係は妥当なものであることが確認された。

### 特性曲線法に基づく水平な陸上に遡上する津波の特性

- 特性曲線法に基づき，津波の遡上特性の初期過程について検討し，浸水距離が浸水開始地点での水位の時間変化に関わらず，線形的に変化していくことが理論的に示された。また，その傾きが，浸水開始地点での初期の流速であることが示された。

- 浸水開始地点で水位が時間に関して2乗で上昇していく場合の流速と水深の理論解を導出した。
- 理論解と数値解析結果とを比較することで、浸水距離と時間の関係と導出した理論解が妥当であることを示した。
- 沖から波を起こして水平陸上に遡上させる室内実験を行い、理論解と同様、津波の遡上初期の過程で、浸水距離が時間に関して線形的に変化することを示した。

#### 相似解法に基づく防潮堤を越流し陸上へと遡上する津波の特性

- 対象とする現象において、二つの領域、つまり、慣性-圧力領域と圧力-摩擦領域に分け、それぞれの領域で成立する関係と相似解を導出した。
- 防潮堤を越流し、水平陸上に遡上する直後においては、遡上する流れが全領域で射流となり、この時、限定的な条件（例えば、流量一定）で慣性-圧力領域の相似解が存在すること数値解析結果と比較することにより示した。
- 遡上してから、十分な時間の経過後には、底面摩擦の影響により跳水が発生し、流れが常流となる領域が存在すようになる。この過程において、圧力-摩擦領域になることが数値解析結果と比較することにより確認された。
- 得られた相似解を数値解析と実験の結果と比較することによりその妥当性を検証した。実験結果から、圧力-摩擦領域に入っていくように見られた。しかし、十分な時間を経過していないことから、さらなる検討が必要である。

## 参考文献

- [1] Shuto, N. : Standing waves in front of a sloping dike, *Coastal Engineering Proceedings*, 1(13), 1972.
- [2] Freeman, J. C. and Le. Mehaute, B. : Wave breakers on a beach and surge on dry bed, *Journal of the Hydraulics Div., Proc. ASCE*, Vol.90, No.HY2, pp.187-216, 1964.
- [3] Iwasaki, T. and Togashi, H. : On the overland flow of tsunami and effectiveness of wall as a counter measure, *Coastal Engineering Proceedings*, 1(11), 1968.
- [4] 今村文彦, 後藤智明, 首藤伸夫 : 津波数値予報の可能性に関する研究-数値シミュレーションの精度, 東北大学工学部津波防災実験所研究報告, 第3号, pp.28-88, 1986.
- [5] 相田勇 : 陸上に溢れる津波の数値実験, 地震研究所彙報, Vol.52, pp.441~460, 1977.
- [6] 岩崎敏夫, 真野明 : オイラー座標による二次元津波遡上解の数値計算, 第26回海岸工学講演会論文集, pp.70~74, 1979.
- [7] 白井秀和, 細田尚, How Tion Puay : 相似解法に基づく陸上を遡上する津波の特性に関する検討, 土木学会論文集 B1(水工学), Vol.68, No4, pp.I\_1531-1536, 2012.
- [8] 白井秀和, 細田尚, 小林大輝 : 相似解法に基づく津波遡上過程の基本特性に関するいくつかの検討, 土木学会論文集 A2(応用力学), Vol.69, No.2, pp.I\_563-572, 2013.
- [9] Puay, H.T. : Fundamental Characteristics of Fluidable Material Dam Break Flow with Finite Extent and Application, PhD. Thesis, Kyoto University, 2010.
- [10] Ghimire, B. : Hydraulic Analysis of Free-Surface Flows into Highly Permeable Porous Media and Its Applications, PhD. Thesis, Kyoto University, 2009.
- [11] Ritter, A. : Die fortpflanzung der wasserwellen (in german), *Vereine Deustcher Ingenieure Zeitwchrift*, 36(2,33,13 Aug), pp.947-954, 1892.
- [12] Iwasa, Y. and Inoue, K. : Numerical Effects of Non-linear Convective Terms on Two-Dimensional Flood Flows Invasion Analysis, *Proc. of International Conference of Hydrosoft'84*, Protoroz, Yugoslavia, 1984, pp.2.17-2
- [13] 高橋重雄, 遠藤仁彦, 室善一郎 : 混成防波堤上の越波水の運動と波力に関する実験的研究, 港湾技術研究所報告, 第31巻, 第1号, pp.3-50, 1992.



- [14] 岩崎敏夫，富樫宏由：水平な陸上への津波の遡上に関する研究，第13回海岸工学講演会講演集，pp.223-229, 1966.

## 第6章 二，三の開水路非定常流を対象とした多次元解析

### 6.1 概説

本章では，開水路非定常流を対象とした多次元数値流体解析を行う．開水路非定常流は，気液界面を有する流れであり，その数値解析手法は，対象とする現象によって適した手法を選ぶ必要がある．本研究では，スロッシング，ダム破壊流れ，また，前章で扱った防潮堤越流後の津波遡上を対象としており，これらの流れは，水面が大きく変動する流れ，空気の混入する流れ，射流と常流の混在する流れなど対象によって流体の挙動が様々となるため，汎用性のある手法である必要がある．また，計算対象が比較的大きくなるものも含まれていることから，計算コストの観点から解像度を抑えた手法が好ましい．

界面を有する流体運動の解析手法は，大きく分けて，計算点をLagrange的に追跡する粒子法と計算格子を用いてEuler的に解析していく格子法がある．

粒子法には，圧縮性流体の挙動解析のために開発されたSPH(Smoothed Particle Hydrodynamics Method)[1]と非圧縮流体を解くために開発された

MPS(Moving Particle Semi-implicit method)[2]がある．これらの手法は，複 Lagrange 的手法のため，Euler 的に記述された流体の運動方程式に表れる移流項を取り扱う必要がなく，複雑な水面を精度良く表現できる手法である．

これに対して，格子法は，移流項を扱う必要があり，その際に数値振動や数値拡散の制御をしなければならないが，複雑な水面変動が無いような対象では，計算コストを抑えた解析が可能である．格子法において界面を扱う方法として，ALE(Arbitrary Lagrangian-Eulerian)法[3,4]など界面と計算格子を適合させて界面を追跡する界面追跡法とVOF(Volume of Fluid)法[5,6]やLevel Set法[7,8]のように計算格子で水面を表現する関数を定義し，その移流方程式を解く界面捕捉法がある．前者は，界面をLagrange的に追跡していくため界面での数値拡散が生じることはないが，複雑な界面を表現することが難しく，界面が不連続に表れるような流れに適用することができない．後者の界面捕捉法は，水面を表現する関数の移流計算の際に数値拡散が生じるため，高精度化にはこの数値拡散の制御を必要とするが，前者より複雑な界面が扱うことができ，汎用性のある手法である．

この界面捕捉法には，移流させる関数と移流計算方法によっていくつかに分類できるが，代表的なものとして，Level Set法，VOF法，密度関数法などが挙げられる．これらの手法は，一般的に気相と液相の気液二相流など多相流を扱える手法である．Level Set法は，水面からの距離を符号付きで定義した距離関数によって水面を表現したものである．この手法は，距離関数を移流させた後に，関数を再構築することで数値拡散を制御できるが，その際，体積が変わってしまうため，体積を補正する必要がある．VOF法は，計算格子内の流体(水)の充填率によって水面を表現したもので，ドナーアクセプター法により数値拡散が少ない移流計算が可能で，体積の保存性が良い手法である．また，同手法を発展させたものとして，水面の勾配が考慮したPLIC(Piecewise Linear Interface Calculation)法[9]やMARS(Multi-interface Advection and Reconstruction Solver)法[10]が開発されている．密度関数法は，気相を0，液相を1とする密度関数を用いた手法であり，基本的に，VOF関数と同じ扱いである．しかし，元来のVOF法が液相のみを扱い，ドナーアクセプター法による移流計算を行うものを言うのに対して，密度関数法は，気液二相流を扱った手法が一般的であり，移流計算には，様々なスキームが用いられている．CIP(Constrained Interpolation Profile)法[11]は，そのスキームの一つであり，格子点の値だけでなくその空間微分値等を用いることで数値拡散の少ない移流計算を可能とするスキームである．このスキームの有限体積型として提案されたCIP-CSL法[12,13,14,15]は，密度関数法の移流計算に適用することで，VOF法と同様に体積の保存性に優れ，界面の勾配もある程度考慮できる．

上記にあげた界面捕捉法は、高精度スキームを用いても完全には数値拡散を抑えることはできない。この数値拡散は、特に物理量が大きく変化する界面で大きくなり、その結果、実際とは異なる流れを生じさせる可能性がある。このため、数値拡散を制御する方法がいくつか提案されている[16,17,18,19,20,21]。その中で、STAA(Surface Tracking by Artificial Anti-diffusion)法[20,21]は、密度関数から符号付きの距離関数を導出し、数値拡散したものを水面方向に補正する方法として提案されており、CIP-CSL法と同時に使うことで精度の高い結果を得ている。

本研究では、計算解像度、汎用性、体積の保存性などの観点から、界面捕獲法に密度関数法を用いる。CIP-CSL3法[13]により移流計算を行い、数値拡散の制御には、このSTAA法を適用する。また、乱流モデルには、計算コストを比較的抑えることが可能なURANSの非線形 $k-\varepsilon$ モデルを適用する。これらの数値解析モデルに対して、有限体積法を用い、スタッガードスキームによる変数の配置をした解析を行う。この時、この変数配置により、密度と粘性係数の扱いに注意が必要となる。つまり、従来型の方法では、密度と粘性係数が界面でしばしば、数値的不安定な内挿方法となってしまう、界面付近で精度が悪い結果となる。そこで、本研究では、STAA法によって得られた符号付き距離関数を利用した密度と粘性係数の内挿方法について提案する。

以上の数値解析モデル、数値解析手法により、スロッシング、ダム破壊流れ、防潮堤越流後に水平陸上を遡上する津波を対象とした数値解析を行う。本章の構成は以下の通りである。

まず、6.2において、6.2.1基礎式、6.2.2乱流モデル、6.2.3解析手法について説明する。6.3では、6.3.1スロッシングと6.3.2ダム破壊流れに上述の解析モデルを適用する。スロッシングは、Okamoto&Kawaharaによる実験[3]を対象とし、ダム破壊流れは、Janosiらの実験[22]を対象とし、実験結果と比較することで、モデルの妥当性を検証する。ここでの解析では、乱流モデルを導入せず、本研究で提案する密度と粘性係数の内挿方法の妥当性の検証を行う。6.4では、第5章で扱った防潮堤を越流・遡上する津波を対象とし、乱流モデルを導入し、壁面での摩擦を考慮した解析を行う。前章での現象の確認と、理論との比較を行う。最後に、6.5で本章で得られた主要な結果をまとめる。

## 6.2 数値解析モデル

### 6.2.1 基礎式

本研究で用いる基礎式は，以下に示す連続式，運動方程式， $k$ - $\varepsilon$ 方程式である．

$$[\text{連続式}] \quad \frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (6.1)$$

$$[\text{運動方程式}] \quad \frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{\partial U_i U_j}{\partial x_j} = g_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \nu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \overline{u_i u_j} \right) \quad (6.2)$$

$$[k \text{ 方程式}] \quad \frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial k U_j}{\partial x_j} = -\overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left( \frac{\nu_t}{\sigma_k} + \nu \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right\} \quad (6.3)$$

$$[\varepsilon \text{ 方程式}] \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial \varepsilon U_j}{\partial x_j} = -C_{\varepsilon 1} \overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left( \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} + \nu \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right\} \quad (6.4)$$

ここで， $t$ ：時間， $x_i$ ：空間座標， $U_i$ ：流速， $g_i$ ：外力， $p$ ：圧力， $\nu$ ：動粘性係数， $\rho$ ：密度， $-\overline{u_i u_j}$ ：レイノルズ応力， $\nu_t$ ：渦動粘性係数， $k$ ：乱れエネルギー， $\varepsilon$ ：散逸率である．モデル係数は， $\sigma_k=1.0$ ， $\sigma_\varepsilon=1.3$ ， $C_{\varepsilon 1}=1.44$ ， $C_{\varepsilon 2}=1.92$ である．添え字  $i$ ， $j$  は総和則に従う．

本研究では，密度関数法を用いる．密度関数  $\Phi$  は  $0 \leq \Phi \leq 1$  の範囲にあり，気相では 0，液相では 1 の値となる．この関数は以下に示す移流方程式により，移流する．

$$[\text{密度関数の移流方程式}] \quad \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \nabla \cdot U \Phi = 0 \quad (6.5)$$

この密度関数  $\Phi$  から，セル平均の密度  $\rho$  と粘性係数  $\mu$  は次式で与えられる．

$$\rho = \rho_{gas} (1 - \Phi) + \rho_{liq} \Phi \quad (6.6)$$

$$\mu = \mu_{gas} (1 - \Phi) + \mu_{liq} \Phi \quad (6.7)$$

ここで， $\rho_{gas}$ ：気体の密度， $\rho_{liq}$ ：液体の密度， $\mu_{gas}$ ：気体の粘性係数， $\mu_{liq}$ ：液体の粘性係数である．

### 6.2.2. 乱流モデル

6.4 では，5 章で扱った防潮堤を越流・遡上する津波を対象とし，乱流モデルを導入した解析を行う．用いる乱流モデルは，2 次非線形  $k$ - $\varepsilon$ モデルとする [23]．非線形  $k$ - $\varepsilon$ モデルの構成則を以下に示す．

$$-\overline{u_i u_j} = \nu_t S_{ij} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} - \frac{k}{\varepsilon} \nu_t \sum_{\beta=1}^3 C_\beta \left( S_{\beta ij} - \frac{1}{3} S_{\beta \alpha \alpha} \delta_{ij} \right) \quad (6.8)$$

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (6.9)$$

$$S_{ij} = \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \quad (6.10)$$

$$\Omega_{ij} = \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \quad (6.11)$$

$$S = \frac{k}{\varepsilon} \sqrt{\frac{1}{2} S_{ij} S_{ij}} \quad (6.12)$$

$$\Omega = \frac{k}{\varepsilon} \sqrt{\frac{1}{2} \Omega_{ij} \Omega_{ij}} \quad (6.13)$$

$$S_{lij} = \frac{\partial U_i}{\partial x_r} \frac{\partial U_j}{\partial x_r} \quad (6.14)$$

$$S_{2ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_r}{\partial x_i} \frac{\partial U_j}{\partial x_r} + \frac{\partial U_r}{\partial x_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_r} \right) \quad (6.15)$$

$$S_{3ij} = \frac{\partial U_r}{\partial x_i} \frac{\partial U_r}{\partial x_j} \quad (6.16)$$

$$C_\mu = \frac{C_{\mu 0} (1 + c_{nS} S^2 + c_{n\Omega} \Omega^2)}{1 + c_{dS} S^2 + c_{dS\Omega} S\Omega + c_{dS1} S^4 + c_{d\Omega 1} \Omega^4 + c_{dS\Omega 1} S^2 \Omega^2} \quad (6.17)$$

$$C_\beta = C_{\beta 0} \frac{1}{1 + m_{dS} S^2 + m_{d\Omega} \Omega^2} \quad (6.18)$$

ここで， $C_{\mu 0} = 0.09$ ， $c_{nS} = 0.005$ ， $c_{n\Omega} = 0.0068$ ， $c_{dS} = 0.008$ ， $c_{d\Omega} = 0.004$ ， $c_{dS\Omega} = -0.003$ ， $c_{dS1} = 0.00005$ ， $c_{d\Omega 1} = 0.00005$ ， $c_{dS\Omega 1} = 0.00025$ ， $C_{10} = 0.4$ ， $C_{20} = 0.0$ ， $C_{30} = -0.13$ ， $m_{dS} = 0.01$ ， $m_{d\Omega} = 0.003$ である．

### 6.2.3 解析手法

#### (1) 解析方法の概要

数値解析手法として，直交格子系の有限体積法を用いる．格子幅は等間隔とし，変数の配置は，圧力，乱れエネルギー，散逸率，密度関数をセルの中心に，流速をセルの境界面に置くスタッガードスキームとする．運動方程式と密度関数の移流方程式の移流項の計算には，有限体積型のCIPとして提案されているCIP-CSL3を用いる． $k$ 方程式と $\varepsilon$ 方程式の移流項にはHybrid法を用いる．圧力は，SOLA法[24]に従って連続式を満足するように収束計算により求める．また，密度関数の移流で生じる数値拡散はSTAA法により制御する．定義点以外の密度と粘性は，STAA法で求めた符号付き距離関数からセル平均の値を求める方法をとる．

#### (2) CIP-CSL3法

運動方程式における移流項と密度関数の移流方程式の計算には，CIP-CSL3法を用いる．従来のCIP法[11]は有限差分型の手法であり，格子点上の物理量の値とその空間微分値を用いる．これに対して，CIP-CSL3法は，検査体積における体積分平均の物理量と検査セルの境界における面積分平均の物理量を用いる有限体積型のCIP法の一つである．CIP-CSL3法は，フラックスを計算する際に，次式に示す多項式を用いてプロファイルを補間する．

$$Q_i(x) = c_0 + c_1(x - x_{i-1/2}) + c_2(x - x_{i-1/2})^2 + c_3(x - x_{i-1/2})^3 \quad (6.19)$$

$$\begin{cases} c_0 = \overline{s}q_{i-1/2} \\ c_1 = \frac{2(-3\overline{v}q_i + 3\overline{s}q_{i-1/2} + d_i\Delta x_i)}{\Delta x_i} \\ c_2 = \frac{3(-2\overline{v}q_i + 3\overline{s}q_{i-1/2} - \overline{s}q_{i+1/2} + 2d_i\Delta x_i)}{\Delta x_i^2} \\ c_3 = \frac{4(\overline{s}q_{i+1/2} - \overline{s}q_{i-1/2} - d_i\Delta x_i)}{\Delta x_i^3} \end{cases} \quad (6.20)$$

ここで， $x_{i-1/2}$ ：面積分平均の物理量の定義位置， $x_i$ ：体積分平均の物理量の定義位置， $\Delta x_i$ ：格子間隔， $\overline{s}q$ ：面積分平均の物理量， $\overline{v}q$ ：体積分平均の物理量である．また， $d_i$ はセル中心での物理量の勾配値であり，この値の与え方を状況に応じて変えてやることで，数値振動や数値拡散の制御が可能となる．この

勾配の与え方にはいくつか方法があるが[15]，本研究では，次式によりセル平均の勾配値  $d_i$  を評価する．

$$d_i = \begin{cases} \min\left(|\delta q_i|, 2\left|\overline{q_{i+1}} - \overline{q_i}\right|, 2\left|\overline{q_i} - \overline{q_{i-1}}\right|\right) \text{sgn}(\delta q_i) & \left(\left(\overline{q_{i+1}} - \overline{q_i}\right)\left(\overline{q_i} - \overline{q_{i-1}}\right) > 0\right) \\ 0 & \text{(otherwise)} \end{cases} \quad (6.21)$$

$$\delta q_i = \frac{1}{2} \left\{ \left( \overline{q_{i+1}} - \overline{q_i} \right) + \left( \overline{q_i} - \overline{q_{i-1}} \right) \right\} \quad (6.22)$$

体積分平均物理量  $\overline{q}$  は，移流計算をした後に，残りの項を従来通りに計算することで得る．これに対して，面積分平均の物理量  $\overline{s q}$  は移流計算後， $\overline{q}$  の時間変化量から次式に示す4次のTEC(Time evolution converting)式を用いて計算する．

$$\overline{s q_{i+1/2}} = \frac{1}{12} \left\{ 7 \left( \delta_t \overline{q_{i+1}} + \delta_t \overline{q_i} \right) - \left( \delta_t \overline{q_{i-1}} + \delta_t \overline{q_{i+2}} \right) \right\} \quad (6.23)$$

ここで， $\delta_t \overline{q}$ ：体積分平均物理量  $\overline{q}$  の時間変化量である．

### (3) STAA(Surface Tracking by Artificial Anti-diffusion)法

上記の方法で，ある程度の数値拡散少ない移流計算が可能となるが，完全に抑えることはできない．そこで，密度関数の移流方程式の計算にSTAA法を適用する．

STAA法では，移流した密度関数の分布から，次式により， $G_N(\mathbf{x}) \cdot G_N(\mathbf{x} + \boldsymbol{\delta})$  が負にならないように微小ベクトル  $\boldsymbol{\delta}$  を調整し，繰り返し計算を行うことで，符号付きの距離関数を求める．

$$G_0(\mathbf{x}) = \alpha(\Phi - 0.5) \quad (6.24)$$

$$G_{N+1}(\mathbf{x}) = G_N(\mathbf{x} + \boldsymbol{\delta}) + \text{sgn}(G_N(\mathbf{x}))|\boldsymbol{\delta}| \quad (6.25)$$

ここで， $\alpha$ ：正の定数， $G(\mathbf{x})$ ：格子点位置  $\mathbf{x}$  での符号付きの距離関数， $\boldsymbol{\delta}$ ：気液自由界面方向に向かう微小ベクトルである．

得られた距離関数により，界面 ( $G=0$ ) から格子幅の2倍程度を緩和層のセルとして定義し，緩和層外の  $\Phi$  が0でも1でもないセルを補正対象のセルとする．補正対象となるセルの補正量  $\Delta\Phi$  は，液相 ( $\Phi > 0$ ) で  $\Delta\Phi = \Phi - 1$ ，気相で  $\Delta\Phi = \Phi - 0$  として，界面方向にその補正量を移動させることで数値拡散を制御する．このとき，補正対象セルの  $\Phi$  は，0か1となり，その補正分は，緩和層に加えられる．補正量  $\Delta\Phi$  の緩和層への分配は，例えば，界面法線ベクトルの成分の中で， $z$  方向成分が一番大きければ，図-6.1に示すように，補正対象セルの  $\Phi$  が0か1となるよ



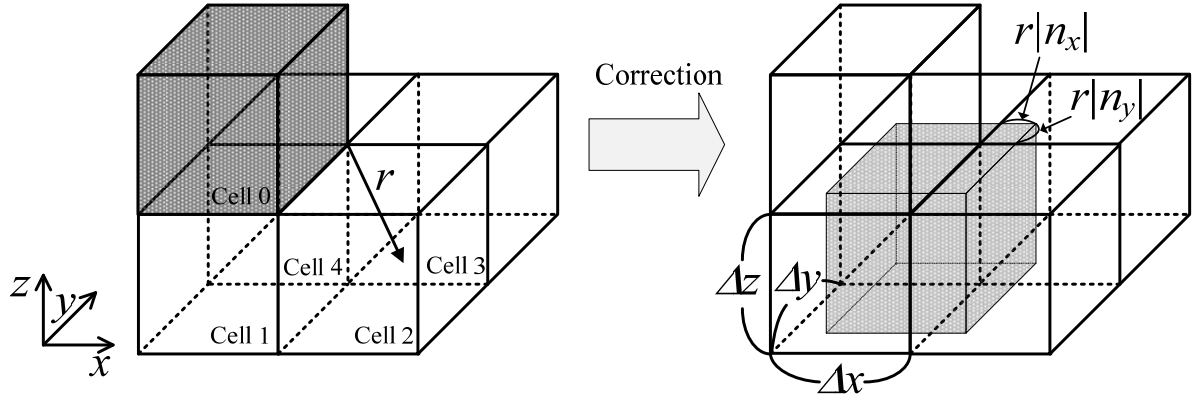


図-6.1 STAA法による補正量の分配方法

うに，4つのセルに分配する．補正対象セル0から緩和層のセル1～4への分配の量は，次式で表される．

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta\Phi'_{\text{cell1}} = \Delta\Phi \left( \frac{\Delta x - r|n_x|}{\Delta x} \right) \left( \frac{\Delta y - r|n_y|}{\Delta y} \right) \left( \frac{r|n_z|}{\Delta z} \right) \\ \Delta\Phi'_{\text{cell2}} = \Delta\Phi \left( \frac{r|n_x|}{\Delta x} \right) \left( \frac{\Delta y - r|n_y|}{\Delta y} \right) \left( \frac{r|n_z|}{\Delta z} \right) \\ \Delta\Phi'_{\text{cell3}} = \Delta\Phi \left( \frac{r|n_x|}{\Delta x} \right) \left( \frac{r|n_y|}{\Delta y} \right) \left( \frac{r|n_z|}{\Delta z} \right) \\ \Delta\Phi'_{\text{cell4}} = \Delta\Phi \left( \frac{\Delta x - r|n_x|}{\Delta x} \right) \left( \frac{r|n_y|}{\Delta y} \right) \left( \frac{r|n_z|}{\Delta z} \right) \end{array} \right. \quad (6.26)$$

$$r = \min(\Delta x/|n_x|, \Delta y/|n_y|, \Delta z/|n_z|) \quad (6.27)$$

ここで， $\Delta\Phi'$ ：緩和層に補正する密度関数の量， $\Delta\Phi$ ：補正対象となるセルの補正量， $n_x$ ， $n_y$ ， $n_z$ ：界面法線単位ベクトルの各方向の成分， $r$ ：移動距離， $\Delta x$ ， $\Delta y$ ， $\Delta z$ ：格子幅である．

#### (4) 密度，粘性係数の扱い

密度関数法では，密度と粘性係数を密度関数を用いて式(6.6)，(6.7)で計算することになる．本研究では，スタッガードスキームを採用していることから，図-6.2に示すように流速の計算を行う際に，流速が定義されている検査体積で

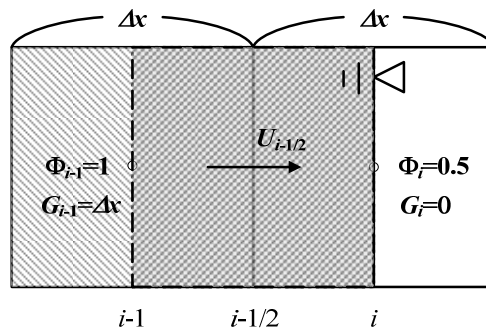


図-6.2 密度関数の取り扱い

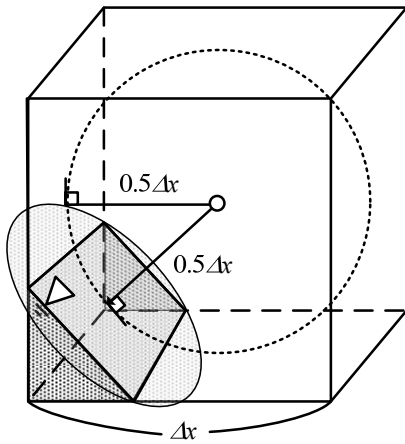


図-6.3 水面の勾配が傾いている場合

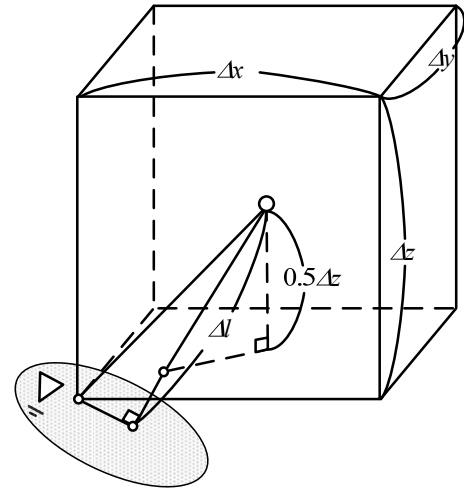


図-6.4 水面の勾配を考慮した時の \$\Delta l\$

のセル平均の密度関数を補間して求める必要がある．このとき，一般的には次式を用いて補完する．

$$\Phi_{i-1/2} = \frac{\Phi_i + \Phi_{i-1}}{2} \quad (6.28)$$

図-6.2から明らかなように，セル平均の密度関数  $\Phi_{i-1/2}$  は1となるべきであるが，式(6.28)を用いた場合，セル平均の密度関数  $\Phi_{i-1/2}$  は0.75となる．このように，スタッガードスキームを用いた密度関数法では，気液界面を不明確にした形で計算を行っている．この式(6.28)を用いた解析では，界面付近でしばしば数値的不安定となることがある．これは，密度関数が気液界面で不連続な分布していることによるものと考えられる．そこで，本研究では，STAA法で求めた符号付きの距離関数を利用して，次式のように密度関数を内挿することにする．

$$G_{i-1/2} = \frac{G_i + G_{i-1}}{2} \quad (6.29)$$

$$\Phi_{i-1/2} = \begin{cases} 1.0 & \left( \frac{G_{i-1/2}}{\Delta l} \geq 1.0 \right) \\ 0.0 & \left( \frac{G_{i-1/2}}{\Delta l} \leq -1.0 \right) \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sin \left( \pi \frac{G_{i-1/2}}{2\Delta l} \right) & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (6.30)$$

ここで、 $\Delta l$ は、セル平均の密度関数を決めるための基準となるパラメータである。例えば、この $\Delta l$ を一定の値 $1/2\Delta x$ とすれば、式(6.29)、(6.30)により図-6.2の密度関数 $\Phi_{i-1/2}$ は1となり、正しい値となる。ただし、これはセル内の水面がセル面に平行な場合のみに適当な値となる。図-6.3のようにセル内の水面が傾いている場合、式(6.29)、(6.30)では、セル平均の密度関数 $\Phi_{i-1/2}$ が0となるが、実際のセル平均の密度関数は0ではないことは明らかである。このことから、 $\Delta l$ は、セル内の水面の勾配（方向）によって変化させるべきであることがわかる。本研究では、水面の勾配（方向）を考慮した $\Delta l$ を導入する。水面が平面であると仮定して、図-6.4に示すように、ある勾配をもつ水面での $\Phi_{i-1/2}$ が0となる最小の距離を $\Delta l$ と定義すると $\Delta l$ は次式のように表される。

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta l = \frac{\beta}{2} \Delta x \sqrt{1 + \left( \frac{n_y}{n_x} \right)^2 + \left( \frac{n_z}{n_x} \right)^2} \\ \quad + \frac{\beta}{2} \sqrt{\frac{n_x^2}{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2}} \left\{ \Delta y \left| \frac{n_y}{n_x} \right| + \Delta z \left| \frac{n_z}{n_x} \right| - \Delta x \left( \left| \frac{n_y}{n_x} \right|^2 + \left| \frac{n_z}{n_x} \right|^2 \right) \right\} \quad (n_x = \max(n_x, n_y, n_z)) \\ \Delta l = \frac{\beta}{2} \Delta y \sqrt{1 + \left( \frac{n_x}{n_y} \right)^2 + \left( \frac{n_z}{n_y} \right)^2} \\ \quad + \frac{\beta}{2} \sqrt{\frac{n_y^2}{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2}} \left\{ \Delta x \left| \frac{n_x}{n_y} \right| + \Delta z \left| \frac{n_z}{n_y} \right| - \Delta y \left( \left| \frac{n_x}{n_y} \right|^2 + \left| \frac{n_z}{n_y} \right|^2 \right) \right\} \quad (n_y = \max(n_x, n_y, n_z)) \\ \Delta l = \frac{\beta}{2} \Delta z \sqrt{1 + \left( \frac{n_x}{n_z} \right)^2 + \left( \frac{n_y}{n_z} \right)^2} \\ \quad + \frac{\beta}{2} \sqrt{\frac{n_z^2}{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2}} \left\{ \Delta x \left| \frac{n_x}{n_z} \right| + \Delta y \left| \frac{n_y}{n_z} \right| - \Delta z \left( \left| \frac{n_x}{n_z} \right|^2 + \left| \frac{n_y}{n_z} \right|^2 \right) \right\} \quad (n_z = \max(n_x, n_y, n_z)) \end{array} \right. \quad (6.31)$$

ここで， $\beta$ は，基本的に1とするべきであるが，式(6.30)における内挿関数をサイン関数と仮定していること，水面形状が必ずしも平面でないということ，また，数値計算の安定性の観点から，1から2程度の値として与えることにする．

## 6.3 スロッシング現象，ダム破壊流れへの適用

### 6.3.1 スロッシング現象への適用

#### (1) 計算条件

ここでは，スロッシング(Okamoto&Kawaharaによる実験[3])を対象とした鉛直2次元解析を行う．幅1.0 m，高さ1.0 mの水槽に0.5 mの深さまで水が入った状態とし，つぎに示す外力 $F$ を水平方向に与える．

$$F = A\omega^2 \sin\alpha t \quad (6.32)$$

ここで， $A$ ：振幅， $\omega$ ：角速度であり，それぞれ $9.3 \times 10^{-3}$  m，5.3 rad/secとする．

格子数 $40 \times 40$ とし，格子幅は等間隔の0.025 mとする．計算ケースを表-6.1に示す．この表に示す通り，まず式(6.28)を用いて，従来型の密度・粘性係数の内挿方法で解析(Cal-6.1.1)を行う．Cal-6.1.2～Cal-6.1.5では，式(6.30)の距離関数を用いた方法で，密度・粘性係数を内挿した計算を行う．Cal-6.1.2とCal-6.1.3は，式(6.30)の $\Delta l$ を一定とし，それぞれ $1/2\Delta x$ ， $\Delta x$ を与える．Cal-6.1.4とCal-6.1.5は，式(6.31)を用いた変動型の $\Delta l$ とし， $\beta$ をそれぞれ1.0，2.0とする．ここから得られた解析結果と実験結果とを比較することで，密度・粘性係数を内挿方法の妥当性を検証する．

表-6.1 計算ケース

	内挿方法	$\Delta l$	$\beta$
Cal-6.1.1	従来型:式(6.28)		
Cal-6.1.2	距離関数型:式(6.30)	$1/2\Delta x$ (一定)	
Cal-6.1.3		$\Delta x$ (一定)	
Cal-6.1.4		変動型:式(6.31)	1.0
Cal-6.1.5			2.0

## (2) 解析結果と考察

図-6.5は、Cal-6.1.5における体積変化量の時間経過を示したものである。5.0 sec付近で $10^{-5}$ のオーダーで大きく変化している以外は、 $10^{-13}$ 程度のオーダーの変動のみでSTAA法による数値拡散制御による体積補正の効果が確認できる。

図-6.6は、実験の水面の様子を示したの[3]であり、それぞれ振動開始から、0.60 sec後、3.54 sec後のものである。図-6.7から図-6.11が、解析（Cal-6.1.1～Cal-6.1.5）から得られた流速ベクトル図であり、灰色で塗られた領域は水域（ $\Phi \geq 0.5$ ）を示している。図-6.7に示すように、従来型の内挿方法を行ったCal-6.1.1の場合、振動開始直後（ $t=0.60$  sec）から気液界面付近での流速が大きくなっていることが確認できる。さらに時間が経過後（ $t=3.52$  sec）では、気液界面付近での流速ベクトルの方向と大きさにばらつきがあることがわかる。この流速のばらつきが、時間が経過するにつれて大きくなり、数値計算的に不安定となり計算が破綻する結果となった。これに対して、図-6.8から図-6.11に示す距離関数を用いた内挿方法で行った解析結果（Cal-6.1.2～Cal-6.1.5）では、初期の段階で気液界面で流速が過度に大きくなることはなく、時間経過後も流速のばらつきが比較的少ない。このことから、距離関数を用いた内挿方法の方が安定した解析が可能となることがわかる。図-6.8と図-6.10に示すように、Cal-6.1.2とCal-6.1.4では、 $t=3.52$  secでの界面付近の流速のばらつきが若干残っており、その結果、気液界面が凹凸となっている。この二つのケースを比較した時、 $\Delta l$ を変動させたケース（Cal-6.1.4）の方が界面の凹凸が抑えられている。 $\Delta l$ を $\Delta x$ （一定）としたCal-6.1.3の解析結果である図-6.9は、流速のばらつきが $x=0.4$  mの界面付近で少し残っているが、 $\Delta l$ を $1/2\Delta x$ としたCal-6.1.2に比べて改善されており、気液界面も滑らかな結果となっている。また、図-6.11に示す

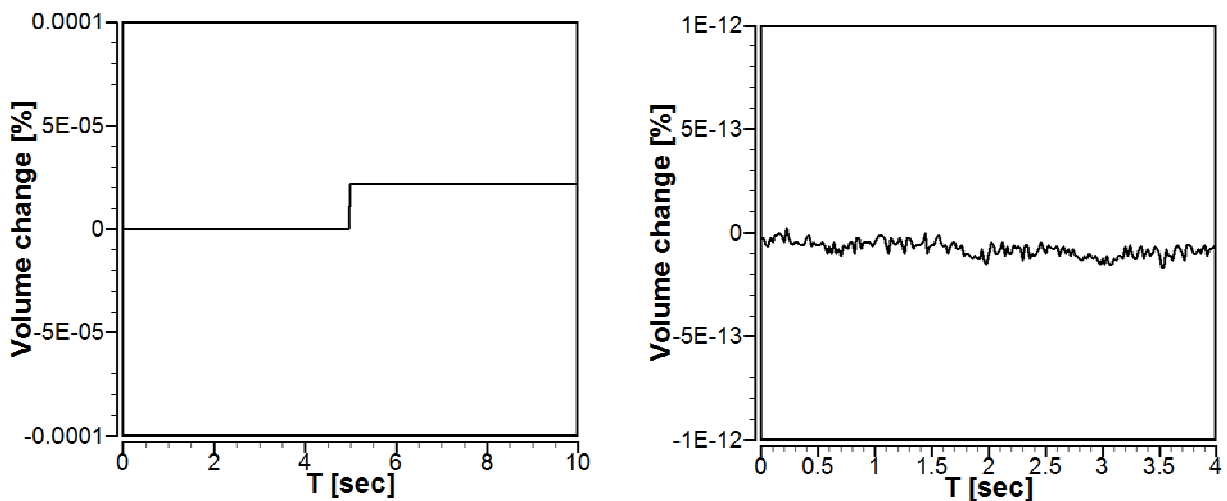
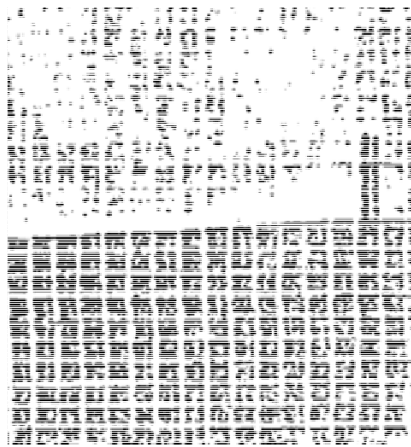
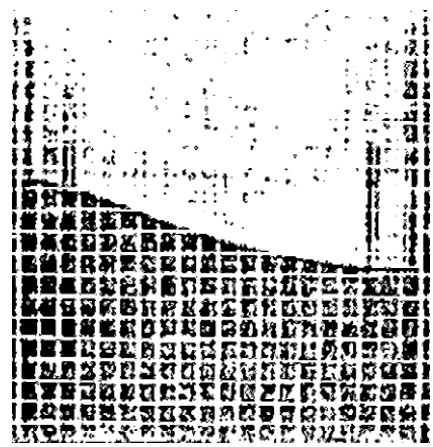


図-6.5 体積変化率 (Cal-6.1.5)

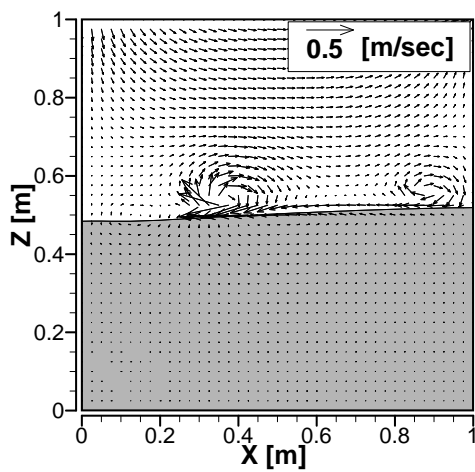


(a)  $t=0.60$  sec

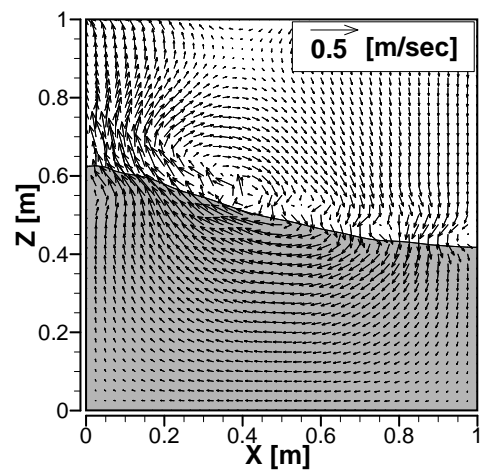


(b)  $t=3.54$  sec

図-6.6 スロッシングによる水面の時間変化 (Okamoto and Kawahara, 1992)

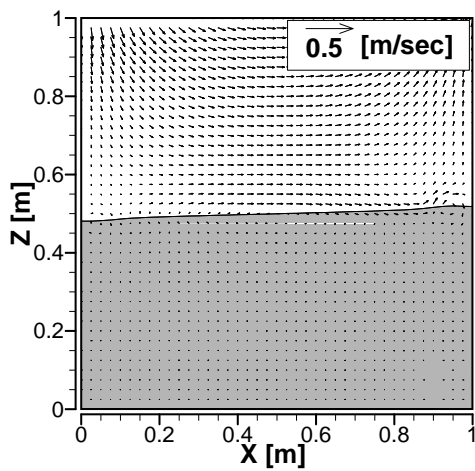


(a)  $t=0.60$  sec

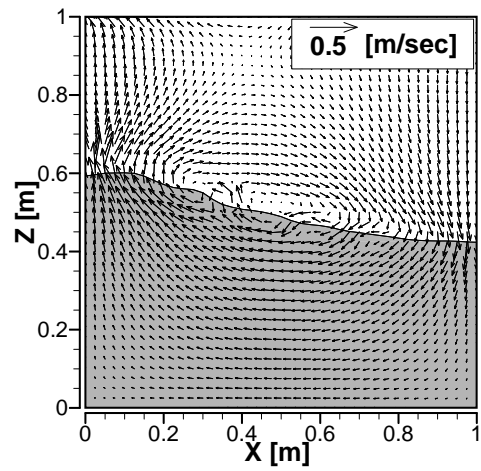


(b)  $t=3.54$  sec

図-6.7 流速ベクトル図 (Cal-6.1.1: 従来型)

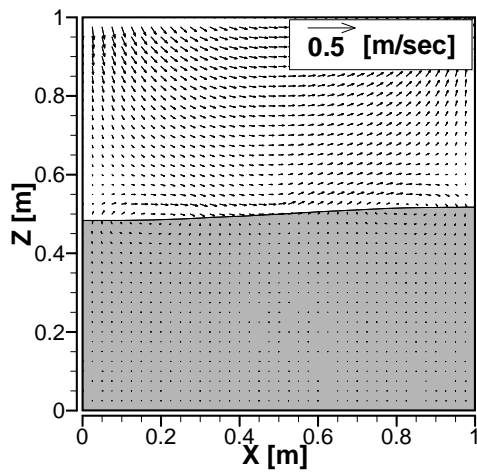


(a)  $t=0.60$  sec

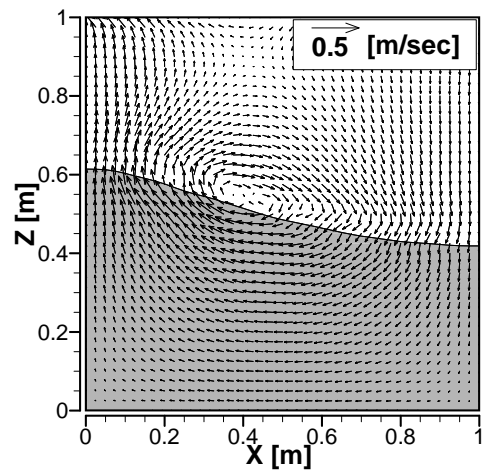


(b)  $t=3.54$  sec

図-6.8 流速ベクトル図 (Cal-6.1.2:  $\Delta t=1/2\Delta x$ )

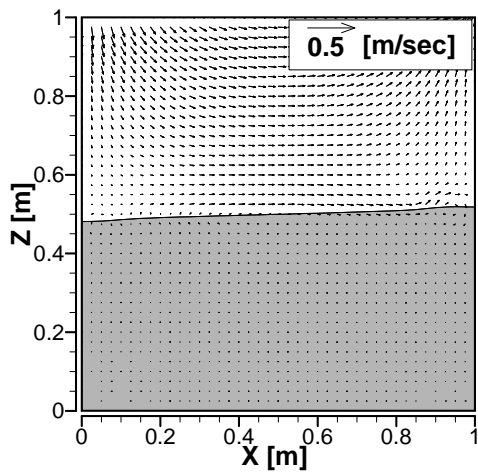


(a)  $t=0.60$  sec

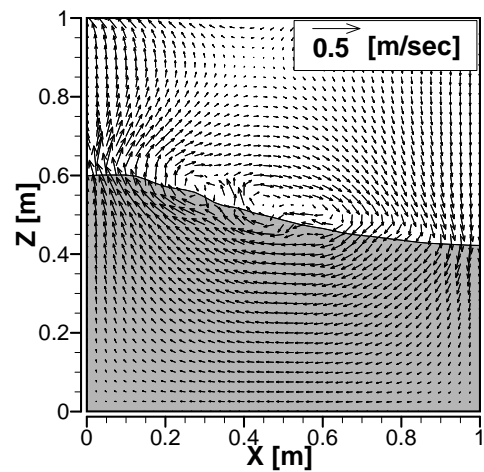


(b)  $t=3.54$  sec

図-6.9 流速ベクトル図 (Cal-6.1.3 :  $\Delta l = \Delta x$ )

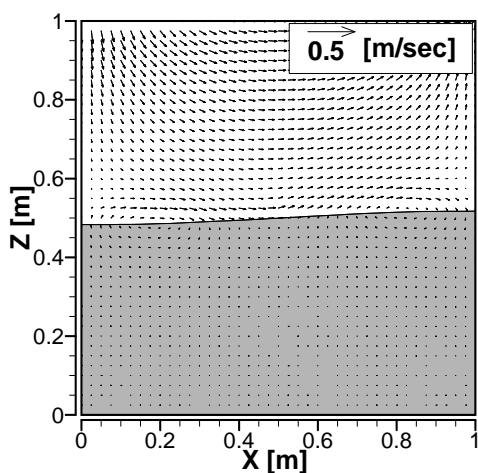


(a)  $t=0.60$  sec

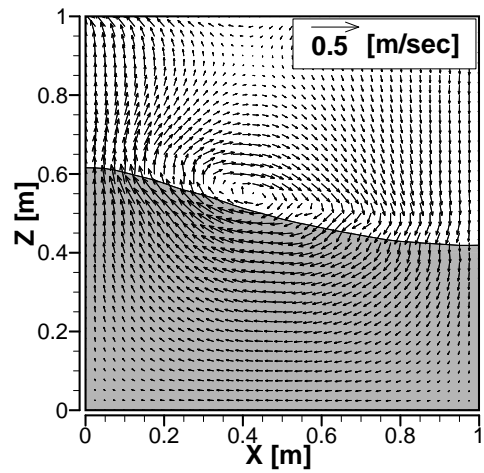


(b)  $t=3.54$  sec

図-6.10 流速ベクトル図 (Cal-6.1.4 :  $\Delta l$ 変動型 ( $\beta=1$ ))



(a)  $t=0.60$  sec



(b)  $t=3.54$  sec

図-6.11 流速ベクトル図 (Cal-6.1.5 :  $\Delta l$ 変動型 ( $\beta=2$ ))

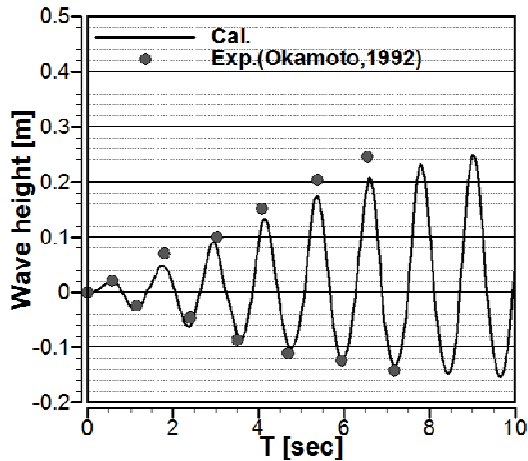


図-6.12 水位の時間変化 (Cal-6.1.2)

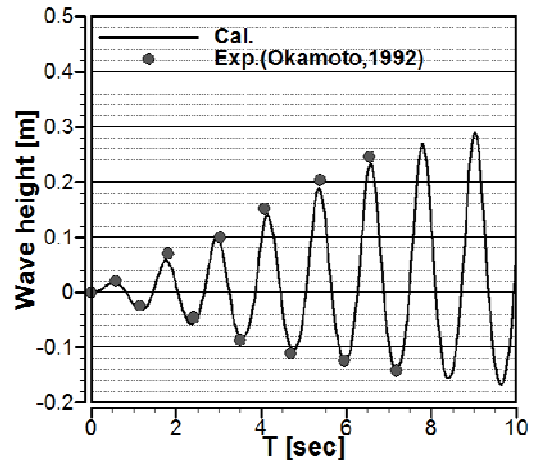


図-6.13 水位の時間変化 (Cal-6.1.3)

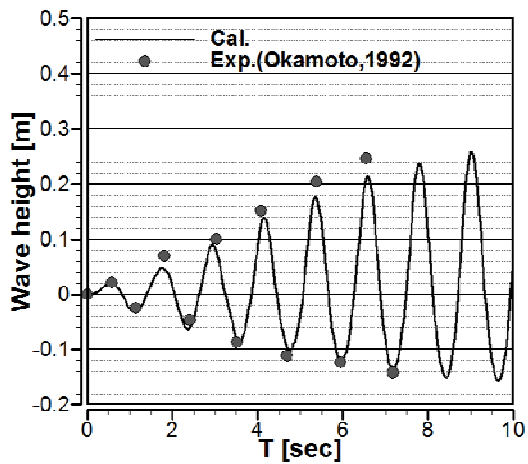


図-6.14 水位の時間変化 (Cal-6.1.4)

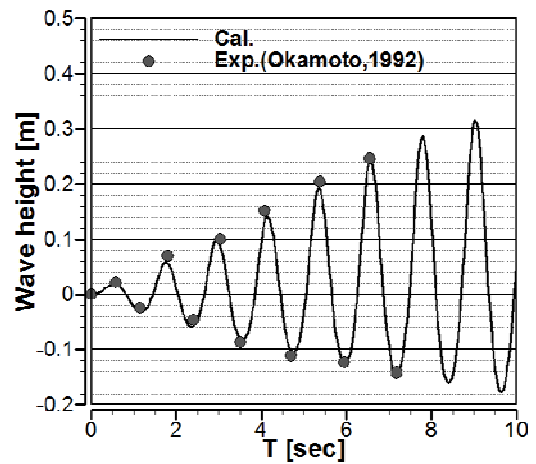


図-6.15 水位の時間変化 (Cal-6.1.5)

ように、 $\beta$ を2.0として $\Delta l$ を変動させたCal-6.1.5の解析結果では、界面付近での流速のばらつきも無く、気液界面も滑らかなになっていることがわかる。

図-6.12から図-6.15は、壁面付近での水位変動時間経過に関して、解析結果 (Cal-6.1.2～Cal-6.1.5)と実験値を比較したもので、実線が解析結果、点の実験値を表している。図-6.12に示すように、 $\Delta l$ を $1/2\Delta x$ (一定)としたCal-6.1.2では、水位変動のピークの高さが実験値から大きく下回る結果となった。また、 $\Delta l$ を $\Delta x$ (一定)としたCal-6.1.3では、実験値と近い結果を示しているが、5.0 sec付近以降の水位変動のピークが実験に比べて小さい値をとっている。 $\beta$ を1.0として $\Delta l$ を変動させたCal-6.1.4では、Cal-6.1.2に比べて改善されているが、実験値とは大きく異なる結果となっている。これに対して、 $\beta$ を2.0としたCal-6.1.5は、5.0 sec以降の水位変動量も実験値と比較的に良く合う結果となっている。以上のように、スロッシングを対象とした解析において、 $\beta$ を2.0として $\Delta l$ を変動させたCal-6.1.5の解析条件が、実験と比較して、最も良好な結果となった。



### 6.3.2 ダム破壊流れへの適用

#### (1) 計算対象

つぎに，ダムブレイク (Janosi らの実験 [22]) を対象とした解析を行う．図-6.16 に示すように，長さ 9.93 m の水槽の上流端から 0.38 m 下流側の位置に壁を設置し，上流側で高さ 0.15 m，下流側で高さ 0.015 m，水を貯めた状態とする．設置した壁を瞬間的に取り外し，ダムブレイク流れを起こす．また，こ

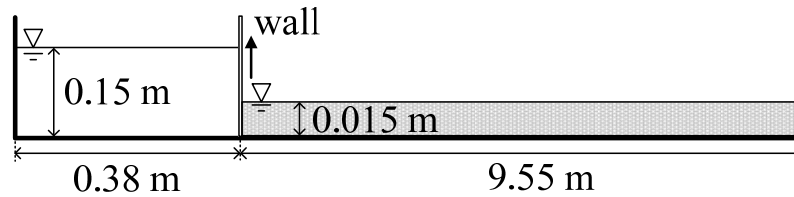


図-6.16 実験概要図

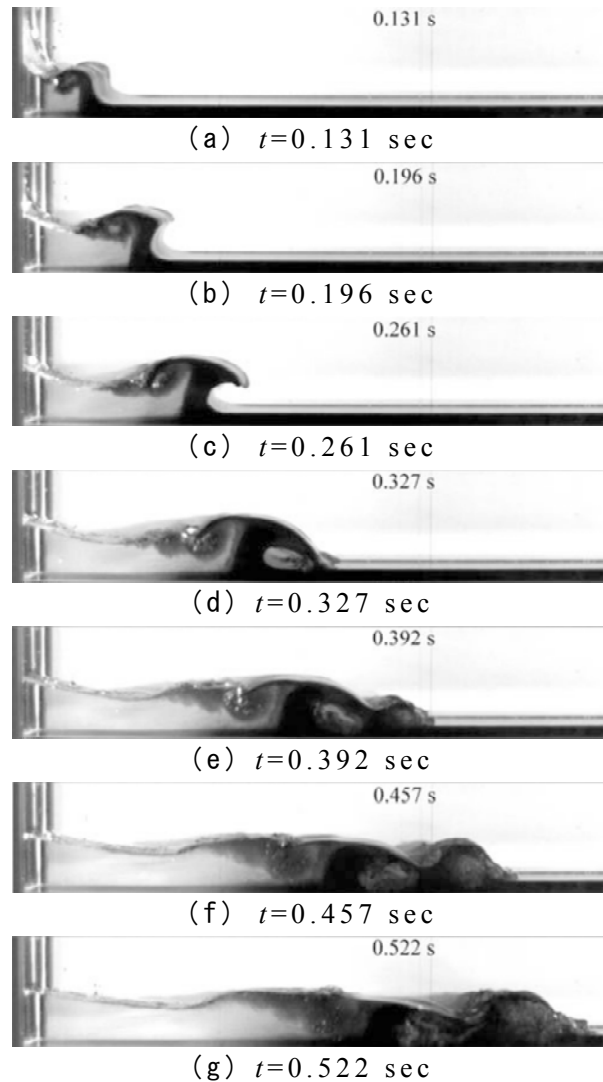


図-6.17 ダムブレイクによる水面の時間変化の様子 (Janosi *et al.*, 2000)

の実験では，下流側の水を着色しており，その移流過程を見ることができる．実験でのダムブレイク流れによる水面の時間変化の様子を図-6.17に示す．この図から，ゲートを取り外した直後に段波が表れ，それがキノコ状の形を形成しながら碎波していくことが確認できる．その後，この波の先端が下流の水面に着水し， $t=0.392 \text{ sec}$ 以降再び碎波が表れ，発達していくことが分かる．また，下流側の水が着色されていることにより，上流側の水が下流側の水に流れを止められ，これによってキノコ状の水面を形成しながら碎波していくことが確認できる．

## (2) 計算条件

計算条件は，格子数  $35 \times 300$ ，格子サイズを  $0.005 \text{ m}$  とする．下流側の領域は  $1.5 \text{ m}$  までとした．解析の際には，着色した下流側の水の移流の様子を確認するために，下流側のみに密度関数を与えたものを同時に移流計算する．計算ケースは，先ほどのスロッシングの解析と同様のものとする．Cal-6.2.1では，式(6.28)を用いた従来型の密度・粘性係数の内挿方法で，Cal-6.2.2～Cal-6.2.5では，式(6.30)の距離関数を用いた方法で，密度・粘性係数を内挿した解析を行う．Cal-6.1.2とCal-6.1.3は，式(6.30)の $\Delta l$ を一定とし，それぞれ  $1/2\Delta x$ ， $\Delta x$ とする．Cal-6.1.4とCal-6.1.5は，式(6.31)を用いた変動型の $\Delta l$ を与え， $\beta$ をそれぞれ  $1.0$ ， $2.0$ とする．

## (3) 解析結果と考察

図-6.18から図-6.22が，Cal-6.2.1からCal-6.2.5の解析によって得られた水面の時間変化の様子（左）と下流域の密度関数の分布の時間変化（右）を示したものである．

$t=0.327 \text{ sec}$ までの水面の形状は，いずれの条件においても大きな差の無い結果となっている．実験での水面形状と比較すると，解析での波の先端は，上向きに傾き，大きく丸みのある形となっており，波の先端のシャープな形状を再現することはできなかった．しかし，いずれの条件においても，下流側の密度関数の分布からキノコ状の水面形状を再現できていることが確認できる．

$t=0.392 \text{ sec}$ 以降では，いずれも碎波の先端が下流の水面に着水し，第2の波が形成していく過程が確認できる．しかし，従来型の内挿法を用いたCal-6.2.1と距離関数による内挿法を用いたCal-6.2.2，Cal-6.2.4では，第2の波が表れる位置が実験より下流側に発生しており，再現性に乏しい結果となった．これに対して，距離関数による内挿法で $\Delta l$ を $\Delta x$ (一定)としたCal-6.2.3と同様の内挿方法で $\Delta l$ を変動型( $\beta=2.0$ )としたCal-6.2.5では，第2の波の形成過程を良く再現できていることがわかる． $t=0.392$ における波の先端が水面に着水する時

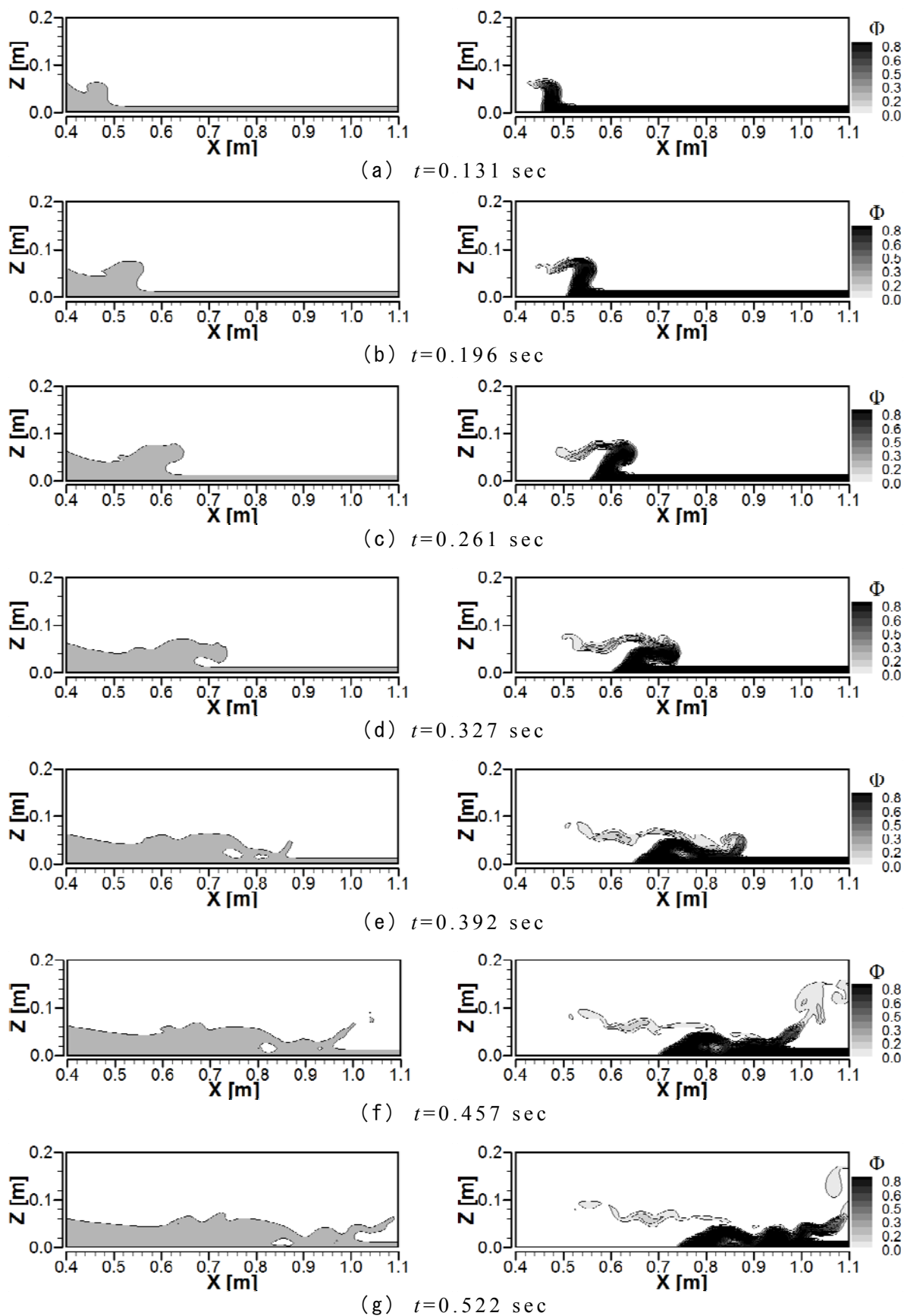


図-6.18 全体の水面の位置(左)と下流側の密度関数の分布(右)(Cal-6.2.1)

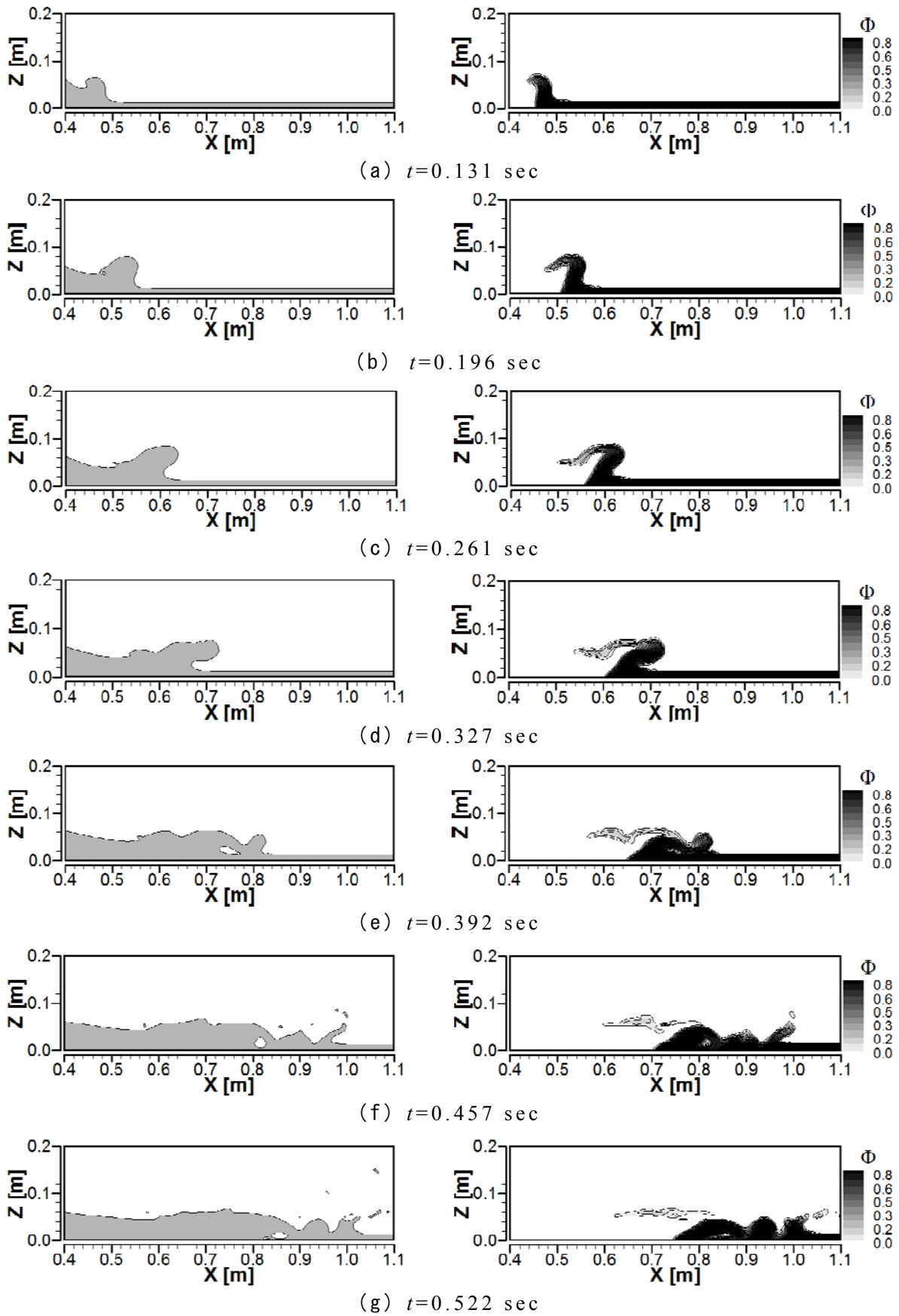


図-6.19 全体の水面の位置(左)と下流側の密度関数の分布(右)(Cal-6.2.2)

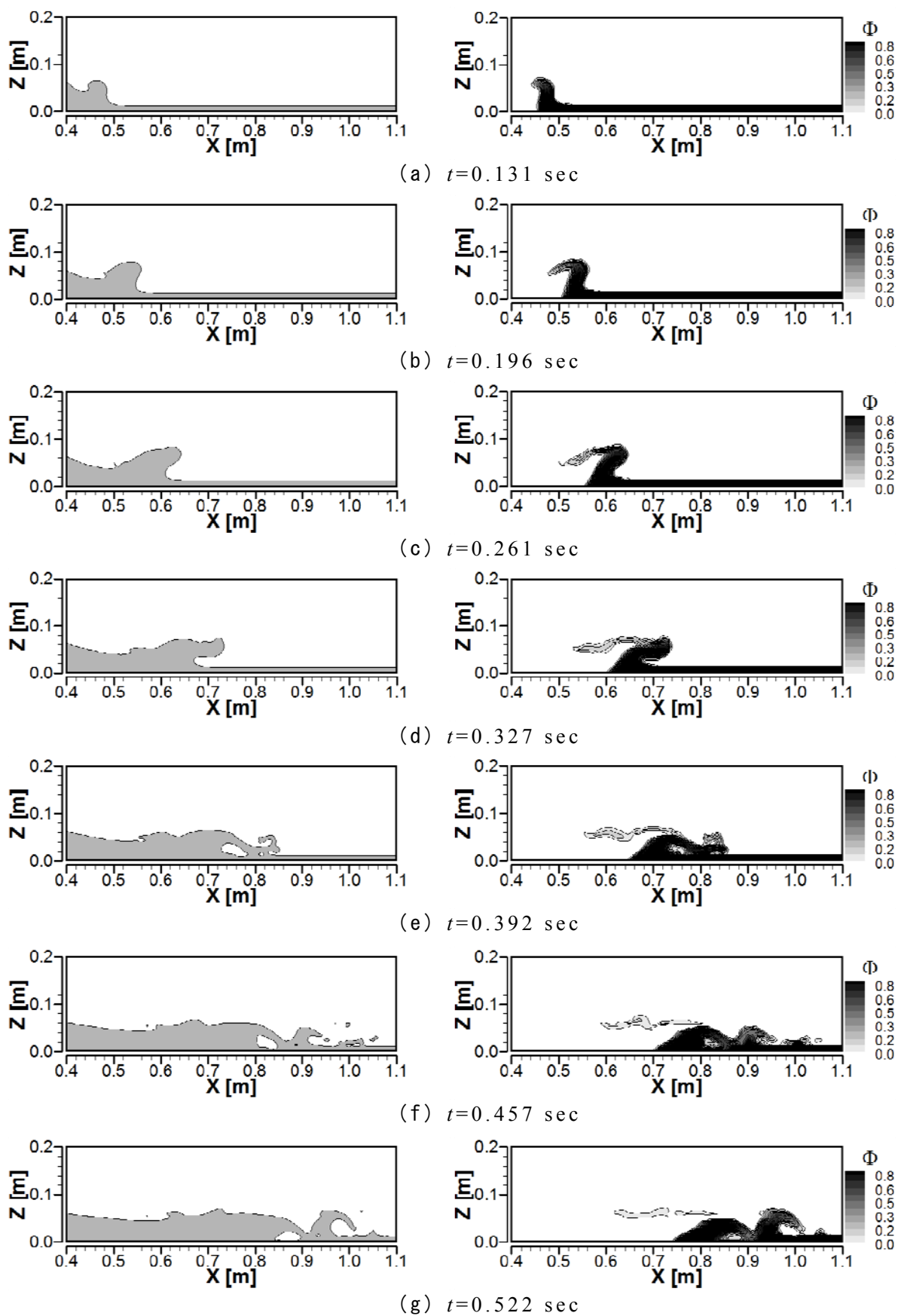


図-6.20 全体の水面の位置(左)と下流側の密度関数の分布(右)(Cal-6.2.3)

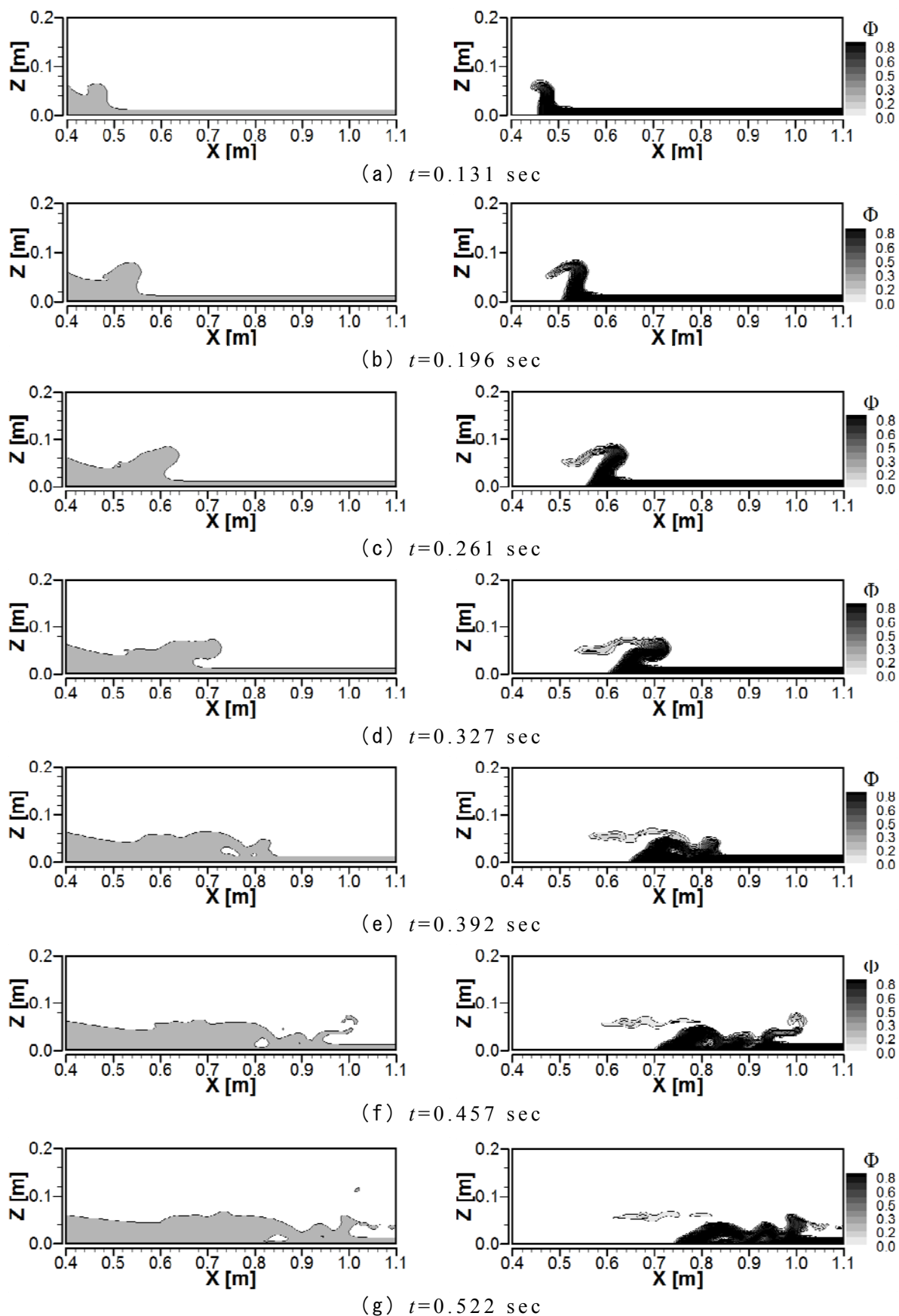


図-6.21 全体の水面の位置(左)と下流側の密度関数の分布(右)(Cal-6.2.4)

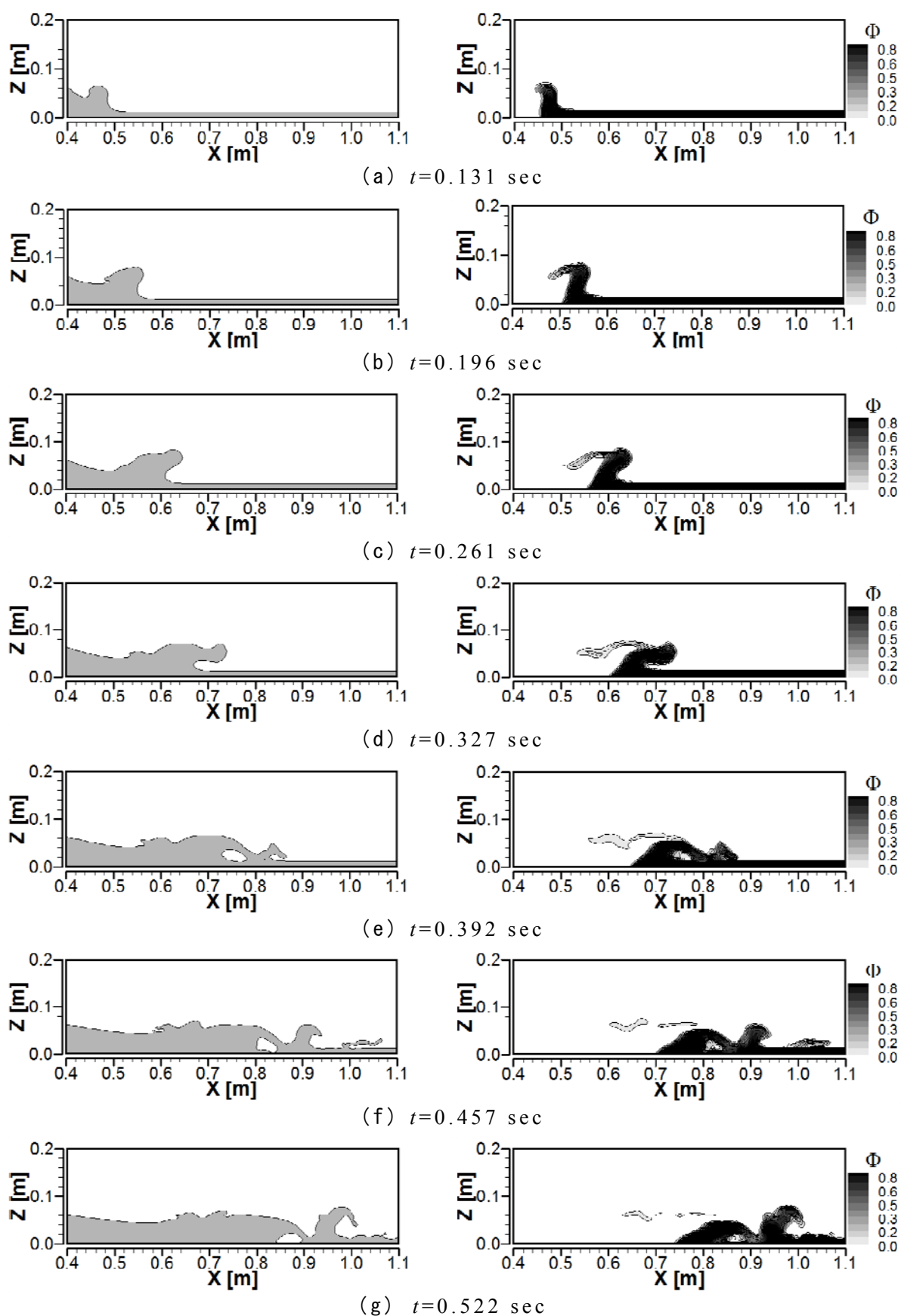


図-6.22 全体の水面の位置(左)と下流側の密度関数の分布(右)(Cal-6.2.5)

以外で Cal-6.2.3 と Cal-6.2.5 での大きな違いは，見られなかった．

以上のことから，スロッシング現象とダム破壊流れの適用により，スタグガードスキームにおける密度と粘性係数の評価の際には，距離関数を用い，水面の勾配(方向)を考慮した方法で採用することで，安定して再現性も良好な解析が可能となることが確認できた．しかし，良好な結果を得られたケースは， $\beta$ を2.0とした場合であり，これは，界面を意図的にぼやかした状態にすることになる．このことから，今後，この内挿方法の妥当性について更なる検討が必要である．

## 6.4 防潮堤越流後の陸上遡上する津波への適用

### 6.4.1 計算条件

#### (1) 計算対象

ここでは，防潮堤を越流した後に，防潮堤直下の水平な陸上で流れが射流となるような津波遡上を対象とした解析を行い，第5章の5.4で導出した遡上特性が表れるかについて検討する．防潮堤を含めた計算領域を考えた時，防潮堤による波の反射の影響によって，流入量に変動し，理論解と比較が難しいことから，ここでは，水平陸上領域のみを対象とする．防潮堤を越流した流れは，射流として水平の陸上に遡上することになる．よって，計算領域の上流端で流れが射流になるように，水深と流速を与えて，水平陸上に流入する流れを防潮堤越流後の津波遡上の流れと同等のものとし，検討する．

#### (2) 計算条件

先述のとおり，ここでは，理論との比較を簡単にするために，防潮堤は計算範囲に入れず，上流端での流量が一定で流入するような条件を与えた．つまり，上流端で一定の流速0.7 m/secと水深0.02 mを境界条件として与えた．計算条件は，等間隔格子で格子幅0.01 mとし，格子数は， $1000 \times 6 \times 3$ とする．ここでの解析は，2次非線形  $k-\varepsilon$  モデルを適用し，壁面と隣り合うセルではマニングによる壁面摩擦力を与える．また，密度と粘性係数の取り扱いには，先ほどのスロッシング現象とダム破壊流れで良好な再現性を示した水面方向を考慮した  $\Delta t$  ( $\beta=2.0$ ) と距離関数による評価方法を用いることにする．



#### 6.4.2 解析結果と考察

図-6.23は、防潮堤越流後の津波遡上の様子を示したものである。まず、浸水開始初期での遡上過程を表わす(a)から(d)では、浸水開始から、0.5, 1.5, 2.5, 3.5sec経過したときの遡上過程である。この期間では、跳水が起こらず、全領域で流れが射流となった。このことから、前章で相似解法により導出した理論の慣性-圧力領域が表れている可能性がある。これに対して、ある程度の時間の経過した(e) $t=5.5$  secから(h) $t=13.5$  sec経過後では、 $x=0.7\sim 0.8$  m付近で跳水が起こり、一部の流れが常流となっていることが確認できる。この区間では、相似解法に基づく圧力-摩擦領域の特性が表れることが考えられる。跳水は、浸水開始から約 $t=5.0$  sec経過以降に表れ、最初(e) $t=5.5$  secのような跳水が

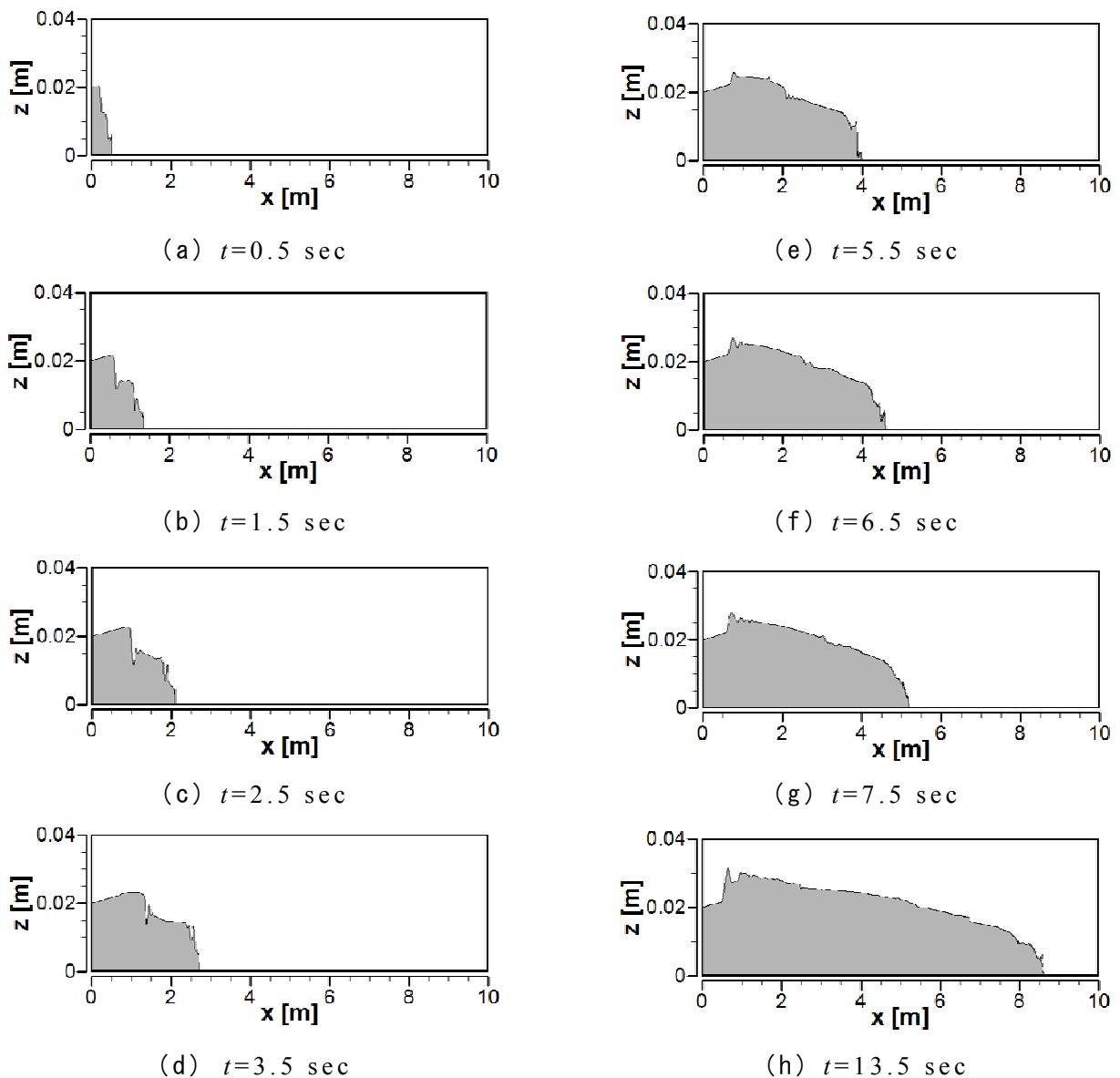


図-6.23 防潮堤越流後ろの陸上を遡上する津波の様子

起き、さらに時間経過後には、(f)  $t=6.5$  sec以降のように跳水下流で波状の水面が表れ、波状跳水が起きていることが確認できる。また、図-6.24は、跳水の位置の時間経過を示したものであるが、この図から、発生した跳水は、時間の経過とともに、徐々に上流へと移動していくことが確認できる。これらの流れの特徴は、5.4で行った防潮堤を用いた水理実験でも見られており、同等の現象として考えることができることを示している。

つぎに、相似解法による近似解と比較する。ここでは、流入流量が一定であることから、 $d=0$ として検討する。まず、浸水開始初期の過程について検討する。図-6.25は、浸水距離の時間経過を示したものである。四角でプロットしたのが数値解析によるものであり、実線が式(5.141)で表わされる関係を示したものである。この図から、時間の経過とともに、理論解と数値解析解が徐々にずれていくことが確認できる。図-6.26は、浸水初期過程での水深の空間分布を無次元にしたものと相似解とを比較したものである。実線が相似解であり、四角等でプロットしたものが、数値解析によって各時間の水深の空間分布である。どれも、浸水開始地点付近から $\xi=0.4$ までは、ある程度相似解に一致していることがわかる。また、この領域に着目すると、時間の経過とともに、相似解からずれて、水位が上昇していることが分かる。これは、摩擦による影響であり、浸水開始から十分短い期間では、摩擦の影響があまりなく、慣性-圧力領域の特性が見られるが、時間の経過とともに、摩擦の影響が大きくなるため、その特性が弱くなり、相似解との差が大きくなる結果となったと考えられる。この摩擦力の影響がさらに大きくなり、跳水が発生する。つぎに、この跳水の発生以降について見てみる。図-6.27は、津波先端位置から跳水地点までの距離の時間経過を示したものであり、実線が相似解法により得られた式(5.156)の関係、四角でプロットしたものが、数値解析結果である。この図から、時間の経過とともに式(5.156)の關係に数値解析解が漸近していくことがわかる。図-6.28は、無次元の水深の空間分布を示しており、時間の経過とともに、実線の相似解に数値解析解に近づいていくことが確認できる。これらのことから、跳水発生後には、圧力-摩擦領域に近づく傾向があることが確認された。

以上のことから、多次元数値解析においても、第5章の5.4で導出した防潮堤越流後の津波遡上の基本特性に近づく傾向があることが示された。

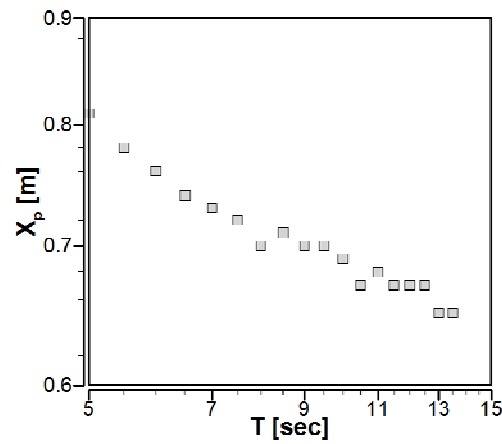


図-6.24 跳水位置の時間経過

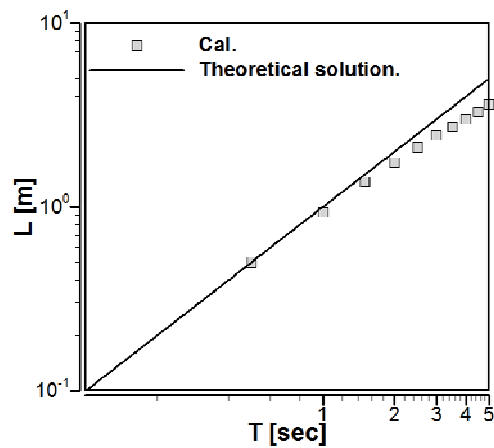


図-6.25 浸水距離の時間経過  
(慣性-圧力領域)

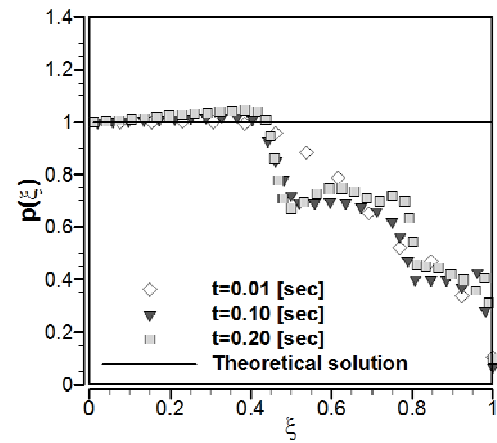


図-6.26 無次元水深の空間分布  
(慣性-圧力領域)

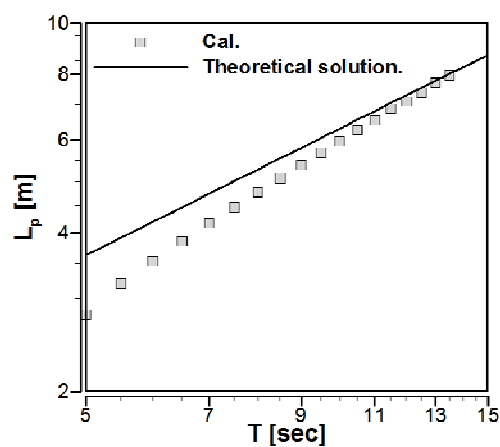


図-6.27 津波先端から跳水地点  
の距離の時間経過 (圧力-摩擦領域)

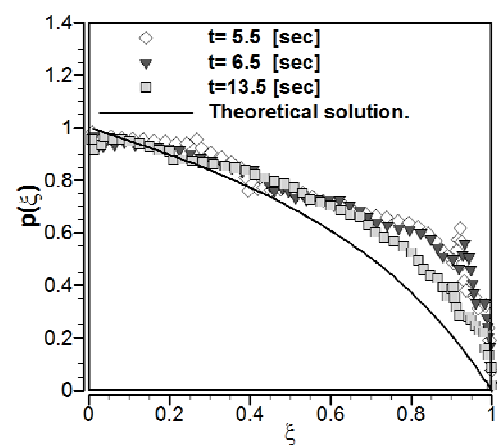


図-6.28 無次元水深の空間分布  
(圧力-摩擦領域)

## 6.5 まとめ

本研究では，スロッシング，ダム破壊流れ，防潮堤越流後の津波遡上を対象とし，界面捕獲法に密度関数法を用いた多次元数値解析を行った．得られた結論を以下にまとめる．

- スタッガードスキームにおける界面付近での密度と粘性係数の従来の内挿方法に関する問題点について指摘し，界面の方向を考慮した距離関数を用いた内挿方法を提案した．
- 提案した密度と粘性係数の内挿方法をスロッシング現象とダム破壊流れに適用し，従来の内挿方法よりも数値計算上，安定した解析が可能であることを示した．
- 提案した密度と粘性係数の内挿方法において， $\beta=2.0$ とすることにより，スロッシング，ダム破壊流れで良好な結果が得られた．しかし， $\beta=2.0$ とすることは，界面を意図的にぼやかした内挿となることから，その妥当性には疑問が残る，さらなる検討が必要である．
- 防潮堤越流後の水平陸上を遡上する津波を対象とした解析を行い，その流れの特徴を良く再現することができた．
- 第5章で得られた，相似解法による基本特性と比較することで，遡上初期の段階で慣性-圧力領域から，摩擦の影響の増加とともに，圧力-摩擦領域に入る傾向が確認された．

## 参考文献

- [1] Monaghan, J.J. : An Introduction to SPH, *Comput. Phys. Commun*, Vol.48, pp.89-96, 1988.
- [2] Koshizuka S. and Oka, Y. : Moving Particle Semi-implicit method for incompressible fluid, *Nucl. Sci. Eng.*, Vol.123, pp.421-434.
- [3] Okamoto, T. and Kawahara, M. : Two-dimensional sloshing analysis by the Arbitrary Lagrangian-Eulerian finite element methods, *Proc. of JSCE*, Vol.441, I-18, pp.39-48, 1992.
- [4] Nomura, T. : ALE finite element computations of fluid structure interaction problems, *Comput. Methods Appl Mech. Eng*, Vol.112, pp.291-308, 1994.
- [5] Nicholus, B.D., Hirt, C.W. and Hotchkiss, R.S. : SOLA-VOF - A solution algorithm for transient fluid with multiple free boundaries, Report LA-8355, Los Alamos Scientific Laboratory, University of California, 119p, 1980.
- [6] Hirt, C.W. and Nicholus, B.D. : Volume of fluid (VOF) methods for the dynamics of free boundaries, *J. Comput. Phys.*, Vol.39, pp.201-225, 1981.
- [7] Osher, S. and Sethian, J.A : Front propagating with curvature dependent speed : Algorithms based on Hamilton Jacobi formulations, *J. Comput. Phys.*, Vol.79, pp.12-49, 1988.
- [8] Smereka, P., Sussman, M. and Osher, S.: A level set approach for computing solutions to in compressible two-phase flow, *J. Comput. Phys.*, Vol.112, No.1, pp.146-159, 1994.
- [9] Youngs, D.L. : Numerical methods for fluid dynamics, Academic Press, pp.273-468, 1982.
- [10] 功刀資彰 : 自由界面を含む多相流の直接数値解析法, 日本機械学会論文集(B編), 63巻, 607号, pp.1576-1584, 1997.
- [11] Yabe, T. and Aoki, T. : Universal solver for hyperbolic equations by cubic-polynomial interpolation I, One-dimensional solver, *Comput. Phys. Commun*, Vol.66, pp.219-232, 1991.
- [12] Yabe, T. and Tanaka, R. and Xiao, F. : An exactly conservative semi-Lagrangian scheme (CIP-CSL) in one dimension, *Monthly Weather Review*, 129, 332, 2001.
- [13] Xiao, F. and Yabe, T. : Completely conservative and oscillationless semi-Lagrangian schemes for advection transportation, *J.Comput. Phys.*, 170,498, 2001.
- [14] Tanaka, R. and Nakamura, T. and Yabe, T. : Constructing exactly conservative

- scheme in non-conservative form, *Comput. Phys. Commun.*, 126, 232, 2000.
- [15] Xiao, F., Yabe, T., Peng, X. and Kobayashi, H. : Conservative and oscillation-less atmospheric transport schemes based on rational functions, *J. Geophys. Res.*, Vol.107, pp. ACL 2-1-ACL 2-11, 2002.
- [16] 朝位孝二, 坪郷浩一 : 密度関数法による自由水面表現流れ解析のための体積補正法に関する研究, 水工学論文集, 第49巻, pp.697-702, 2005.
- [17] 牛島省, 吉田圭介, 竹村雅樹, 禰津家久 : フラックス制御を利用する移流方程式の5次精度保存形スキーム, 土木学会論文集, No.747/II-65, pp.85-94, 2003.
- [18] 藤岡奨, 牛島省 : 気液混相流計算のためのスカラー交換型非拡散フィルタの開発, 応用力学論文集, Vol. 13, pp. 271-280, 2010.
- [19] 藤岡奨, 牛島省 : VOF関数の移流計算における数値拡散抑制手法の検討, 計算力学論文集, No.201000020, 2010.
- [20] 池端昭夫, 肖鋒 : 保存型CIP法に基づく運動方程式および保存型自由界面捕獲スキームを用いた多相流体解析, 機会学会計算力学講演会講演論文集, Vol.15, pp.449-450, 2002.
- [21] 池端昭夫, 肖鋒 : 保存型自由界面捕獲スキームと固気液三相流への適用, 日本機会学会年次大会講演論文集, Vol.3, pp.301-302, 2002.
- [22] Janosi, I.M., Jan, D., Gabor Szabo, K. and Tel, T. : Turbulent drag reduction in dam-break flows, *Experiment in Fluids*, Vol.37, pp.219-229, 2004.
- [23] 木村一郎, 細田尚 : 乱れ強さ非負条件を考慮した非線形 $k-\varepsilon$ モデルによる立方体周辺の流れの三次元解析, 水工学論文集, Vol.44, pp.599-604, 2000.
- [24] Hirt, C.W., Nichols, B.D. and Romero, N.C. SOLA : A numerical solution algorithm for fluid flows, Los Alamos Scientific Laboratory, Report LA-5852, 50p, 1975.

## 第7章 結論

本研究は、種々の開水路非定常流を研究対象とし、水理学的検討により、その基本特性を明らかにすることを試みた。対象とする現象は、第2章で、洪水流、第3章で、落差工、水制周りの流れと河床変動、第4章で、転波列の発達過程、第5章で、津波の遡上過程、第6章で、スロッシング、ダム破壊流れ、防潮堤越流後の水平陸上を遡上する津波とし、実験、数値解析、理論によって、それぞれの特性について検討を行った。以下に、各章で検討した内容と得られた知見について要約し、本研究での結論とする。

まず、第1章では、本研究の背景と目的、研究対象の事象、各章の構成について述べた。

第2章では、上下流端の境界条件が存在せず、対象区間内にある一地点の一つのハイドログラフのみが存在するような場合の河川洪水流の再現方法について検討した。ここでは、実河川でも適用可能とするために、浅水流方程式のみを用いた洪水流の再現方法を提案した。提案した洪水流再現方法を宇治川の既往洪水に適用し、対象区間内の一地点(向島)の水位ハイドログラフから、対象区間の上流端と下流端のハイドログラフの再現を行った。再現された上下流

端のハイドログラフを実際に計測されたものと比較することで、本章で提案した再現方法が、水位・流量の時間変動をある程度再現することが可能であることを示した。しかし、洪水ピーク地点など、短い期間で大きく水位・流量が変動するような場合、その変動を再現することが難しく、ハイドログラフを仮定する区間の設定などについて、更なる検討が必要であると考えられる。

第3章では、急拡部を有する落差工下流部と桂川の連続水制部周辺の二つを対象とし、流れに一般曲線座標系での水深積分モデル、河床変動に平衡流砂モデルと非平衡流砂モデルを用いた解析を行い、それぞれの河床変動特性について検討した。

まず、落差工下流部を対象とした流れと河床変動の解析を行った。ここで対象とした落差工下流の流れは、河床変動量に対して比較的水深が浅く、流速の速い流れとなっており、移流項の差分には、数値的に安定したスキームを用いる必要があった。そこで、QUICKスキームと一次精度の風上差分をリミター関数により合わせたものを使い、さらに、流速の内挿を一次精度の風上差分のように内挿することで、流れの安定化を図った。このスキームによる流れの解析結果は、落差工下流での衝撃波と跳水をよく再現することができた。また、実験で得られた水位の分布と比較しても、ある程度一致し、良好な結果が得られた。平衡流砂モデルによる河床変動解析では、時間の進行とともに実験の傾向と大きく異なる結果となった。これに対して、非平衡流砂モデルでは、落差工下流での土砂の体積過程が実験と近い傾向を示し、平衡流砂モデルよりも優位性があることが確認された。また、非平衡流砂モデルによる解析から、今回対象とした実験において、跳水と衝撃波だけでなく、急拡部で生じるせん断不安定渦が砂州の形成過程に大きく影響をあたえていることが明らかになった。

つぎに、桂川の連続水制部周辺の流れと河床変動解析を流量の異なる二つのケースで行った。平衡流砂モデルによる解析では、流れの変化の大きい水制周辺で土砂の堆積と洗掘が交互に繰り返され、凹凸した河床形状となり、十分な解析結果を得ることができなかった。これに対して、非平衡流砂モデルでは、平衡流砂モデルで表れた凹凸した河床形状は見られず、実測に比較的近い特徴の河床形状を再現することができた。この得られた解析結果において、流量が少ないケースでは、上流側での水制部周辺で河床低下が見られたが、下流側では、あまり、河床変動が進まなかった。これに対して、流量が大きい場では、下流側の水制部周辺でも河床低下が起こることが確認された、また、水制間での河床低下は、底面せん断力の増加だけでなく、上流側からの流砂の供給が少ないことも大きな要因であることが、流砂の移動経路から確認された。

第4章では、動的平衡状態に着目した転波列の水理学的特性について、実験及び浅水流方程式を基礎式とした一次元数値解析、そして理論解析によって検



討を行った．まず室内実験により，転波列の発達過程において，波同士が合体し，この合体が繰り返されることにより，下流方向で波長増加傾向にあることが確認された．つぎに，下流で転波列の波長がどう変化していくのか，平衡状態がどのようなものかを検討するために，一次元の数値解析を行った．この解析は，擾乱を与えずに行われており，解析結果から，実験で見られ波長の下流方向への増加傾向は，ある程度下流に進むと見られなくなることが確認された．また，転波列が十分に発達し，平衡状態となると，波長や波高が一意に決まるわけではなく，ある存在範囲内で動的分布していることが確認された．さらに，一定の擾乱周期を与えた数値解析を行い，擾乱周期の違いによって異なる発達過程が表れることを示すとともに，動的平衡状態での波長の存在範囲より大きな波長となる擾乱では，安定した波長が得られず，擾乱を与えない場合の解析に近い，いくつかの波長が混在するような結果になることを示した．この擾乱周期による擾乱の発達の違いについて，さらに検討するために， $e^{i\theta}$  の多項式で表した擾乱の時間発展式を導出し，それを数値的解析を行うことで，1次のみの場合，安定した波形は得られないが，2次以上の項を考慮することで，安定する波形の存在する波数 $k$ の領域が表れることを示した．この擾乱の時間発展式による解析結果から得られた波形が安定する波長の存在領域の傾向が数値解析結果で得られた傾向と対応することを示した．

第5章では，水平な陸上を遡上する津波と防潮堤を越流し陸上を遡上する津波を対象とし，その基本特性に関する検討を行った．これらの基本特性を明らかにするために，浅水流方程式に相似解法と特性曲線法を適用し，得られた理論解は，実験，数値解析と比較することによりその妥当性を検証した．

まず，水平な陸上を遡上する津波を対象とし，相似解の導出について検討した．相似解導出の過程において，慣性-圧力領域と圧力-摩擦領域とに分けることで，それぞれの領域における上流端の水位上昇と流速の変化量と浸水距離の増加する割合の間での関係が得られた．慣性-圧力領域の相似解の導出について検討していく過程で，この領域での相似解が存在するには，浸水開始地点 $O$ で流れが射流である必要があり，浸水開始地点でのフルード数が一定となる必要があることが示された．圧力-摩擦領域における相似解の導出には，流速の分布に負となる領域があるかないかで，場合分けする必要がある，浸水開始地点での水位が急激に下がる場合には，前者のケースとなることがわかった．このことから，水位が減少していく過程において，浸水開始地点での水深の時間変化を表すべき乗 $a$ の値が大きい場合には，水位の空間的ピーク地点がない相似解となり， $a$ の値が小さい場合には，浸水開始地点付近での流速が負となり，水位の空間的ピーク地点をもつような相似解となることがわかった．津波遡上の数値解析を行った結果，津波遡上初期過程の非常に短い期間で慣性-圧力領

域が見られ、十分な時間の経過後に圧力-摩擦領域が表れることが確認され、得られた基本特性が妥当なものであることが示された。

つぎに、特性曲線法に基づき、津波の遡上特性の初期過程について検討し、浸水距離が浸水開始地点での水位の時間変化に関わらず、線形的に変化することが理論的に示された。このとき、その傾きが、浸水開始地点での初期の流速であることが明らかになった。また、浸水開始地点で水位が時間に関して2乗で上昇していく場合の流速と水深の理論解の導出を行った。導出した理論解と数値解析結果とを比較することで、浸水距離と時間の関係、流速と水深の理論解が妥当なものであることが示された。これらの理論特性が実現象として表れるかを確認するために、沖から波を起こして水平陸上に遡上させる室内実験を行った。その結果、理論解と同様、津波の遡上初期の過程で、浸水距離が時間に関して線形的に変化することが確認された。

さらに、防潮堤を越流し陸上に遡上する津波を対象とし、相似解法を適用することでその基本特性について検討を行った。ここで扱う対象は、防潮堤を越流した直後の遡上初期の段階で、全領域において流れが射流の状態に遡上していく過程と時間の経過とともに、底面の摩擦の影響により跳水が発生し、流れの一部が常流となって遡上していく過程とに分けて考えた。前者は、先ほどの水平の陸上遡上過程における慣性-圧力領域に対応し、後者は圧力-摩擦領域に対応することを示した。それぞれの過程で成り立つ関係と相似解とを導出し、その基本特性を明らかにした。得られた基本特性は、数値解析と比較することによってその妥当性が示された。また、防潮堤を越流・遡上する津波を対象とした室内実験を行い、その過程での水深、浸水距離を計測した。その結果、初期の段階では、流れが全領域で射流となり、遡上の途中の過程で跳水が起こり、流れが常流となる領域が表れることが確認された。また、計測した浸水距離から、圧力-摩擦領域に入っているように見られたが、十分な時間を経過していないことから、更なる検討が必要である。

第6章では、スロッシング、ダム破壊流れ、防潮堤越流後の水平陸上遡上津波を対象とした多次元数値流体解析を行った。ここでの解析には、界面捕獲法に密度関数法を用いており、スタッガードスキームによる変数配置をすると、流速の計算の際に、界面付近で密度と粘性係数を内挿する必要がある。この時、従来の内挿方法では、数値的に不安定となることから、界面方向を考慮した距離関数を用いて、数値計算上安定な密度と粘性係数の内挿方法を提案した。従来の内挿方法と提案したものとをそれぞれ、スロッシングとダム破壊流れに適用し、提案した内挿方法の優位性を示した。ただし、良好な結果を得られた条件では、界面を意図的にぼやかした内挿方法となることから、その妥当性についてさらなる検討が必要である。つぎに、防潮堤越流後、水平陸上に遡上する

津波を対象とした多次元解析を行い，第5章で行われた防潮堤を用いた実験と同様の流れの特徴を良く再現することができた，得られた数値解析結果と第5章で導出した相似解法とその基本特性を比較し，津波の遡上初期において，慣性-圧力領域の傾向を示し，時間の経過とともに，摩擦の影響が大きくなることで，跳水が起き，圧力-摩擦領域に漸近していくことが確認された．

## 謝 辞

本研究の遂行にあたり、終始一貫して、懇切丁寧なご指導を賜った京都大学大学院工学研究科都市社会工学専攻 細田尚 教授に甚大なる謝意を表します。先生には、本論文での研究に関するご指導だけではなく、これまでとは異なる様々な研究分野に触れる機会を賜りました。そういった機会のなかで、研究をする上で最も大事で、研究の根幹となるものを教えて頂きました。

そして、大変御多忙の中、本論文を審査して下さいました京都大学大学院工学研究科社会基盤工学専攻 後藤仁志 教授、京都大学大学院工学研究科社会基盤工学専攻 立川康人 教授には厚く御礼申し上げます。先生方には、論文内容の審査だけでなく、今後の研究に対してのご助言までも頂くことができ、非常に感銘を受けております。今後、このご助言を活かすべく、さらに精進して参る所存でございます。

また、京都大学大学院工学研究科都市社会工学専攻 岸田潔 准教授には、研究を進行する上での的確なご指摘、異なった視点からのご助言を頂きました。先生のご助言には、気付かされることばかりでした。また、先生には、本論文での研究に関する貴重な資料を提供して頂きました。深く感謝申し上げます。

日々の研究に関する様々な疑問や考えに対して、議論にお付き合いして下さいました京都大学大学院工学研究科都市社会工学専攻 音田慎一郎 助教授、京都大学大学院工学研究科都市社会工学専攻 Puay How Tion 講師に心より感謝申し上げます。先生方には、研究に行き詰った時に、多くのご助言頂きました。

研究を進めていく上で多くのご助言を下して下さいました京都大学大学院工学研究科都市社会工学専攻 米山望准教授、京都大学大学院工学研究科社会基盤工学専攻 川池健司准教授、京都大学大学院工学研究科社会基盤工学専攻 原田英治准教授に厚く御礼申し上げます。先生方には、OB会などでもとてもお世話になりました。

京都大学大学院工学研究科社会基盤工学専攻 Abbas Khayyer准教授には、非常に有益な授業をして下さいました。厚く感謝の意を表します。

京都大学大学院工学研究科都市社会工学専攻 奥村与志弘助教授には、学会発表にて貴重なご意見を頂きました。心より感謝申し上げます。

京都大学大学院工学研究科社会基盤工学専攻 五十里洋行助教授、京都大学大学院工学研究科社会基盤工学専攻 岡本隆明助教授、京都大学大学院工学研究科社会基盤工学専攻 萬和明助教授には、研究室の垣根を越えて、様々なお話をさせて頂きました。心より感謝申し上げます。

京都大学大学院工学研究科都市社会工学専攻 技術職員 仙波秀治氏，小森直人氏には，実験を円滑に進めていく上で，いつも実験室の環境を整えて下さりました．厚く感謝の意を表します．

京都大学大学院工学研究科社会基盤工学専攻 博士課程 澤村康生氏，京都大学大学院工学研究科社会基盤工学専攻 博士課程 鶴田修己氏には，この博士課程の3年間で非常にお世話になりました．この3年間で共に過ごすことができ，卒業できることに深く感謝致します．

また，京都大学大学院工学研究科都市社会工学専攻河川流域マネジメント工学研究室の方々，OBの方々には，いつも快適に研究生活を過ごすことができました．心より感謝申し上げます．また，京都大学大学院工学研究科都市社会工学専攻 修士課程 金澤直矢君，小林大輝君は，私の研究に協力して下さいました．心より感謝申し上げます．

最後に，本研究を遂行するにあたり，様々なご助言を下された先生方，本研究に関わって頂いた関係者の方々，そして，ここまで育ててくれた父と母のあたたかいサポートに感謝し，謝辞の言葉といたします．